Attention, Débroussaillage (partiel)

Ferdinand Buisson, les quatre opérations en CP, la méthode intuitive.

Michel Delord Été 2014

http://micheldelord.info/remib_fb_2014.pdf (Version 1.0)1

*

Grube s'élève contre l'antique usage d'apprendre successivement aux élèves d'abord l'addition, puis la soustraction, puis les deux autres règles.

Ferdinand Buisson, Calcul intuitif, 1882

On ne peut plus étudier chaque naturel comme somme ou produit de naturels, étudier ses décompositions, car ces notions ainsi que celles de différence ou quotient seront abordées par étapes.

APMEP, La mathématique à l'école élémentaire, 1972

Il n'y a guère d'autre choix que de continuer à expliquer, de la manière la plus précise possible, pourquoi un retour à l'enseignement des quatre opérations dès le CP serait catastrophique.

Rémi Brissiaud, Calcul et résolution de problèmes arithmétiques : il n'y a pas de paradis pédagogique perdu, 30 mai 2006ⁱ

_

 $^{^{1} \}textit{Les versions suivantes, 1.1, 1.2..., seront \`a} \ \underline{\textit{http://micheldelord.info/remib_fb_2014_v11.pdf}}, \underline{\textit{http://micheldelord.info/remib_fb_2014_v12.pdf}} \ \dots$

A lire avant toute chose Bibliographie faiblement commentée

I) Remi Brissiaud et Ferdinand Buisson

A) FERDINAND BUISSON: CONNAITRE UN NOMBRE / CALCUL INTUITIF

B) LE CONTEXTE ET LA SIGNIFICATION DE LA CITATION DE BUISSON

Nota bene 1 : Renouer avec la culture pédagogique ...des seuls pays francophones ?

B1) INTERMÈDES

Intermède I : La « définition » de la compréhension du nombre

<u>Intermède II</u>: Lorsqu'il écrit « remuer », Henri Canac veut-il dire « remuer »?

Intermède III : Qu'est-ce qui est « nouveau » en 1947 ?

Intermède IV : Définition / Propriétés

C) RETOUR AU SUJET : DÉTAIL ?

Nota bene 2: Une autre rupture

D) LES QUATRE OPÉRATIONS EN CP

1) Les quatre opérations et les décompositions.

Nota bene 3 : Égalité ?

2) Les 4 opérations vraiment au programme du CP?

E) ENFIN, QUELQUES REMARQUES CONCLUSIVES RAPIDES

F) COMPLÉMENTS

0) Petite histoire des « 4 opérations en CP » et de la publication du texte « Calcul intuitif »

1) Sus aux anachronismes

2) « La mutation fondamentale apportée par les programmes rénovés [de 1970] »

a) 1970 : Continuité / rupture

b) Dommages collatéraux

c) Retour aux opérations sur les grandeurs

d) Retour aux positions de Rémi Brissiaud

e) Deuxième retour sur les opérations sur les grandeurs

i) Précisions supplémentaires sur l'importance du calcul sur les grandeurs

ii) Le BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) et les « nombres concrets »

iii) Sur l'avenir de l'enseignement des opérations sur les grandeurs

II) Blackout sur Ferdinand Buisson et la méthode intuitive» : Rémi Brissiaud n'est pas seul.

A) LES RÉFÉRENCES À L'ARTICLE CALCUL INTUITIF DE FERDINAND BUISSON

<u>Digression I</u> – Charles-Ange Laisant : Système long et système court ?

<u>Digression II</u> – Charles-Ange Laisant : La mathématique est une science expérimentale

Digression III – Michel Crozier: Quelques remarques de principe sur l'entreprise

B) ÉLARGISSEMENT DISCIPLINAIRE ET HISTORIQUE

1) MÉTHODE INTUITIVE : « UN CONTINENT DISPARU »

Encadré: Warning! Warning! École de la république

2) DEUX OBSTACLES

a – Obstacles antipédagogistes: Buisson créateur / justificateur du pédagogisme?

b – Méconnaissance du véritable contenu de la réforme des maths modernes

CONSENSUS FINAL?

III) Documents

A) BIBLIOGRAPHIES DONNÉES PAR RÉMI BRISSIAUD EN 1989 ET 2013

B) FERDINAND BUISSON, CALCUL INTUITIF, in DP 1ère ÉDITION, 1887.

Références / Notes de Fin

A lire avant toute chose

1. - Débroussaillage et méthode intuitive

Débroussaillage. – Ce texte s'annonce lui-même comme un débroussaillage partiel autant dire qu'il ne traitera tous les sujets – loin de là – et ne traitera pas de manière détaillée les questions qu'il aborde : il se contentera d'en aborder au mieux quelques aspects jugés fondamentaux, ce qui devrait faciliter la critique de ceux qui ne partagent pas les analyses des aspects étudiés et de la hiérarchisation qui en est faite.

Méthode intuitive. — Sous la forme réduite explicitée supra, il y sera notamment question de la « méthode intuitive de Ferdinand Buisson » qui selon lui « n'est pas la méthode de tous les âges ; c'est exclusivement celle de l'enfance » et de son abandon définitif au moment de la réforme des maths modernes en primaire. Sans entrer dans les détails — et dieu sait si cette discussion est indispensable dans le cas de la méthode intuitive et devra donc avoir lieu —, la raison fondamentale qui porte à faire ce diagnostic est de considérer que

- la méthode intuitive, dans sa généralité, est la descendante du sensualisme et de la thèse de Comenius considéré par Michelet comme le Copernic de l'éducation qui réaffirme la thèse d'abord péripatétique puis reprise par St Thomas d'Aquin « Nihil est in intellectu quod non prius in sensu » : Il n'y a rien dans l'intellect qui ne soit d'abord passé par les sens. Mais elle dépasse le sensualisme et le remet en quelque sorte à sa place à sa place en affirmant « On se sert des sens non pour qu'il y ait recours toute sa vie, mais pour lui apprendre à s'en passer » (Ferdinand Buisson, Intuition et méthode intuitive)
- la réforme des maths modernes se réclame *explicitement* notamment dans la charte de Chambéry de l'APMEP, organisation motrice en France de la réforme des maths modernes –, et encore plus implicitement comme on le verra dans le cours du texte, d'une conception *axiomatique* de l'enseignement des mathématiques
- cette « conception axiomatique » n'est pas n'importe quel « recours aux axiomes », recours explicite qui se justifie dans n'importe quel enseignement des mathématiques (y compris en primaire même si c'est seulement pour le maitre); il s'agit pour l'APMEP de la conception axiomatique qui est inspirée par la recherche sur les axiomes eux-mêmes correspondant à la résolution de « la crise des fondements » commencée au XIXème siècle et dont l'objet était la recherche de la cohérence fondamentale des mathématiques : dans cette mesure, elle bannissait tout recours à l'intuition et défendait une conception courante et dominante à cette époque de structuralisme « échevelé » des années 1960/70 pour laquelle on citait Hilbert qui aurait inauguré son cours de géométrie par la phrase « On doit toujours pouvoir dire à la place de points, droite et plans table, chaise et verre de bière »
- dans ces conditions, il est bien évident que, à un moment ou à un autre et sous une forme ou une autre, il est inéluctable que la « méthode intuitive » entre en contradiction avec le caractère fondamentalement non intuitif de la vision axiomatique défendue par l'APMEP.

Le texte « Débroussaillage partiel... » donne donc quelques indications obligatoirement sommaires sur les sujets, les formes et l'histoire – non achevée et pour le moment encore à l'avantage des réformistes de 1970 – de cette opposition entre la méthode intuitive et les maths modernes.

NB: Sans entrer dans des détails trop théoriques on a présenté et on présente souvent en France – et notamment par l'intermédiaire de la citation célèbre faite supra – la problématique complète de Hilbert comme étant étrangère à toute vision intuitive, et ceci surtout dans les années 60/70 de domination du structuralisme pas seulement mathématique, période dans laquelle n'importe qui sans connaissances mathématiques pouvait publier un livre ou un article sur les fondements des mathématiques et le théorème de Gödel. De mon point de vue de non mathématicien et de non spécialiste de ces questions, je peux cependant témoigner du fait que tous les mathématiciens dont j'ai suivi les cours ou les conférences qui présentaient ainsi Hilbert se réclamaient du bourbakisme [Attention : je n'ai pas dit que tous ceux qui se réclamaient de Bourbaki défendaient cette vision de Hilbert].

Quoi qu'il en soit, on peut constater qu'il n'y a toujours pas, plus de quatre-vingt ans après sa parution, de traduction française d'un texte fondamental de David Hilbert et S. Cohn-Vossen de 1932 intitulé *Géométrie et Imagination*. Est-ce parce que ce livre permet de montrer – et dès les premières lignes de sa présentation – combien est fausse l'image couramment répandue d'un Hilbert bannissant tout rôle positif à l'intuition ?

Voici, pour se faire une idée, les premières lignes de cette préface – les mots soulignés le sont dans l'original – :

En mathématiques, comme dans toute recherche scientifique, on trouve deux tendances. D'un coté, la tendance à l'abstraction cherche à cristalliser les relations **logiques** contenues dans le labyrinthe que constitue le matériau à étudier et à en corréler tous les aspects de manière systématique et ordonnée. D'un autre côté la tendance à une compréhension intuitive encourage une compréhension plus immédiate des objets étudiés, pour ainsi dire un rapport vivant avec eux, qui souligne le sens concret de leurs relations.

Il en est de même en géométrie dans laquelle la tendance à l'abstraction a conduit à l'élaboration des merveilleuses systématisations que sont l'Algèbre géométrique, de la géométrie de Riemann et de la topologie; ces théories font un usage intense du raisonnement abstrait et du calcul symbolique au sens de l'algèbre. Et pourtant, il est vrai aujourd'hui comme ça l'a toujours été que la compréhension **intuitive** joue un rôle majeur en géométrie. Et une telle intuition concrète est un atout majeur non seulement pour le chercheur mais pour toute personne qui souhaite étudier et comprendre toute la valeur des résultats de la recherche en géométrie.

On peut conclure de cet extrait que si Hilbert recommandait effectivement un non recours à l'intuition lorsqu'il « fait de l'axiomatique » et traite les problèmes de fondement de la géométrie

- il ne dit jamais que ce refus de l'intuition est possible sans que celui qui le pratique n'ait eu un long contact et une longue pratique d'une « géométrie intuitive » ; là aussi pour prétendre dépasser le caractère intuitif, il faut d'abord l'atteindre.
- il ne recommande pas la réduction systématique au non-intuitif pour l'activité mathématique en général et encore moins pour l'enseignement au lycée et, qui plus est, en primaire.

Ceci dit j'avais été choqué par la non publication de ce livre en France, ne sachant pas si c'était parce que quasiment personne parmi les mathématiciens et pédagogues n'en voyait l'intérêt, si c'était parce qu'existait un groupe de pression qui s'y était opposé, par une combinaison de ces deux causes ou toute autre raison. J'avais donc décidé dès janvier 2004 de publier sur mon site la préface complète en anglais de « Geometry and imagination » à l'adresse http://michel.delord.free.fr/geoim.pdf; elle s'y trouve toujours et vous pourrez ainsi vérifier l'exactitude de ma traduction supra. Vous pourrez également

verifier par une recherche Google que cette préface de Hilbert n'est pas plus référencée dans les positions actuelles de l'APMEP qu'elle l'était par celle-ci au moment des maths modernes. L'explication serait-elle la suivante? Les militants des maths modernes n'ont pas mentionné ce texte de Hilbert car il contredisait la vision de l'axiomatique qu'ils défendaient en l'attribuant à Hilbert. Par la suite, ce courant pédagogique a adopté une position à contrepied de la précédente et qui sous estimait tellement la nécessité d'une logique des progressions de l'enseignement des mathématiques – ce que Rudolf Bkouche appelle le tournant activiste² - qu'il est devenu à peu près impossible de faire une démonstration qui se tienne dans l'enseignement français. Mais arrivé à ce stade, il se peut donc tout à fait que les héritiers des maths modernes ne citent plus Hilbert car il est maintenant devenu « trop axiomatique » à leurs yeux.

2. - CQFD

i) J'ai proposé il y a une bonne dizaine d'année, lors du Grand Débat de 2003/2004, une réponse de principe à la question Par où commencer? Cette réponse s'appelait le projet SLECC ii (acronyme de Savoir Lire Ecrire Compter Calculer) et a servi de cadre théorique pour la mise en place de l'expérimentation SLECC qui est la limitation du projet SLECC à ce qu'en acceptaient les organismes officiels; au bout d'une dizaine d'années d'évolution de la situation de l'école, d'évolution de la mise en place de l'expérimentation SLECC et d'évolution du GRIP — qui a de plus en plus limité son action à celle de gestionnaire de l'expérimentation SLECC—, il était utile d'en tirer des leçons. C'est l'objet de la série de textes appelée CQFD pour Comprendre les Questions Fondamentales Disciplinaires, et qui signifie aussi « Ce Qu'il Faut Démontrer pour Comprendre les Questions Fondamentales Disciplinaires », textes qui sont donc en gros une réponse actualisée à la question Par où commencer? et dont un des premiers est le texte actuel « Débroussaillage partiel...»

ii) Tous les courants politiques, en y mettant des diagnostics contradictoires et en proposant des traitements différents, nous disent que l'école est touchée dans ses fondements et doit être refondéeⁱⁱⁱ. Il ne semble donc pas *a priori* stupide de dire que l'on doit commencer par ce qui est théoriquement fondamental – c'est-à-dire SLECC ou ce que les anglo-saxons appellent les *Three R's*, et plus précisément ici l'écriture de la langue et du calcul – et en particulier par ce qui est le niveau fondateur de cet enseignement, c'est-à-dire l'enseignement primaire et plus précisément par les débuts de l'enseignement primaire. Ceux qui prétendaient jusqu'à un passé récent que le maillon faible était le collège, que l'école primaire non seulement fonctionnait bien mais était une école « dont le niveau monte » et que la maternelle française était bien la meilleure du monde, en sont à débattre de la « nature du nombre » et de son enseignement en maternelle, enseignement pour lesquels ils prétendent tous qu'il y a eu des erreurs graves, ils sont donc bien obligés – et pas par moi car je n'en ai pas les moyens mais par l'état actuel de l'école –, de placer le débat sur un terrain qu'ils refusaient jusqu'à maintenant. Bien sûr la situation n'est pas idéale car

- a) les enjeux sont mal posés et la plupart du temps déformés; en voici un exemple suffisamment fondamental et qui ne manquera pas de se poursuivre et de se reproduire puisqu'il est inspiré par la thèse redondante des réformateurs qui défendent le primat de l'éducation sur l'instruction depuis la fin des années 1970 ... c'est-à-dire après avoir bousculé tous les programmes et le contenu instructif et en particulier celui des matières fondamentales : « l'Appel pour Refondation de l'école » de 2007 dont les signataires fondateurs étaient Laurent Lafforgue, Marc le Bris, Jean-Pierre Demailly, Michel Delordiv était le premier à définir ce but comme central; il visait avant tout, bien sûr, des question de programmes et progressions c'est-à-dire le contenu instructif de l'enseignement. Avec 10 000 signatures, cet appel n'a pas eu certes un succès colossal mais a manifestement aidé à la création d'un courant visible et favorable à une « refondation instructive de l'école », si on peut se permettre cette expression. Peu d'années ont été nécessaires pour que le mainstream pédagogique tente de surfer sur ce succès et que le ministre Vincent Peillon reprenne à son compte la formulation « Refondation de l'école » pour la vider de son contenu original et pour centrer la refondation de l'école sur la modification des contenus éducatifs en vantant, que ce soit à droite ou à gauche, l'école des valeurs, l'enseignement de la morale, etc... On comprend bien que ceux qui ont une responsabilité certaine dans la chute du niveau en primaire en calcul et en français préfèrent, depuis la fin des années 70, que l'on oublie ces sujets qui (les) fâchent - notamment l'instruction - et deviennent les meilleurs défenseurs de la primauté de l'enseignement de la morale, de l'instruction civique, tendance qui ne pourra que se renforcer jusqu'à ce que au moins « une partie de l'opinion » la trouve insupportable. Entre temps, on peut constater que la majorité de ceux qui avaient affiché leur opposition à l'école de Jules Ferry et milité pour sa disparition ont effectivement œuvré pour faire disparaitre ce qu'elle pouvait avoir de positif mais se montrent les meilleurs défenseurs et promoteurs de ses pires cotés, et notamment son moralisme d'état, sa promotion explicite de l'union nationale à la fois anti-boche et colonialiste

- b) les critiques, lorsqu'il arrive qu'elles touchent le domaine instructif, ont nettement tendance à être limitées à ce qui ne remet pas en cause la hiérarchie et l'appareil universitaire qui a reconnu une valeur scientifique à des thèses pour le moins douteuses,

La situation est donc loin d'être idéale mais certains sujets peuvent enfin être évoqués même si c'est de manière pour le moins indirecte et filtrés. La conjoncture actuelle représente donc un progrès, extrêmement léger certes, mais un progrès quand même.

iii) L'ensemble des raisons qui justifient la présentation de ces textes sous le nom de CQFD ne sera pas exposé ici mais l'on peut donc toujours dire qu'il s'agit de *questions fondamentales* notamment au sens où elles touchent à la fois *le début de l'enseignement des disciplines* et *les fondements théoriques de ces mêmes disciplines. Attention*: ces deux catégories ne sont pas équivalentes et ce point est d'autant plus important qu'une erreur fondamentale apparue lors de la théorisation des maths modernes et non élucidée lors de la fausse critique qui a suivi – problématique dont on montrera ultérieurement qu'elle persiste encore au moins par ses conséquences et a aussi envahi la didactique des autres matières à tous les niveaux – a été, très vite dit, d'affirmer, comme Jean Piaget et des mathématiciens prestigieux, que les structures mathématiques (fondement des mathématiques) était ce qui devait être enseigné au début de la scolarité car elles correspondaient au développement des structures psychologiques de l'enfant. Puisque la *Théorie des ensembles*³ ou la *Théorie naïve des ensembles*⁴ permettaient une

² Rudolf Bkouche, L'enseignement scientifique entre l'illusion langagière et l'activisme pédagogique, Repères-IREM n°9, octobre 1992, http://michel.delord.free.fr/rb/rb-illu_activism.pdf

³ Théorie des ensembles, voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie des ensembles

⁴ Théorie naïve des ensembles – pas aussi simple que son nom semble l'indiquer car n'a rien à voir avec le coloriage de patates présentés comme « exercices sur les ensembles » au début des années 70 –, voir : http://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_des_ensembles
On peut également consulter le cours de Ralph Chill, Cours de logique et théorie des ensembles : http://www.math.univ-metz.fr/~chill/logique.pdf

définition non contradictoire des nombres entiers (ce qui est vrai et compréhensible au niveau universitaire), on devait commencer à étudier les ensembles en CP pour introduire 1, 2, 3, 4....

Il y a aussi une différence fondamentale entre l'esprit des textes CQFD et ce que l'on lit habituellement sur l'école : les projets présentés prétendent tous aboutir, qui est plus est dans des délais très courts, à une école qui serait en quelque sorte parfaite, certains ajoutant qu'elle obtiendrait de très bons résultats dans les tests internationaux et pourquoi pas, y occuperait le premier rang.

iv) La perspective CQFD est fondamentalement différente.

Elle remarque tout d'abord que tous ceux qui proposent des recettes aux conséquences si merveilleuses et qui permettent en quelque sorte d'arriver au magique et toyotiste *zéro défaut*, sont justement soit les acteurs directs des changements négatifs de programmes des années 70 soit leurs héritiers, c'est-à-dire tous ceux qui ont une responsabilité majeure dans l'état actuel catastrophique de l'école⁵.

Elle ajoute que ceux qui veulent le plus refonder l'école sont ceux qui affirmaient jusqu'à un délai très récent que le niveau montait depuis le début des années 70.

Elle remarque de plus que si les contenus enseignés sont fondamentalement défaillants dès le niveau primaire, la réforme du système scolaire n'est complète que lorsqu'il n'existe plus d'enseignants sachant enseigner de manière différente, ce qui représente un délai d'une trentaine d'années par rapport à la mise en place initiale de la réforme. Remettre en place une école non défaillante nécessite un délai au moins aussi long dans la mesure bien sûr où l'amélioration est en général plus difficile à obtenir que la dégradation. Mais, dans le cas qui nous intéresse, le délai pourrait être plus long car la pression constante de la société vers l'utilitarisme – qu'elle soit la conséquence de la valorisation de l'école comme ascenseur social ou qu'elle prétende que le rôle central de l'école est la formation professionnelle⁶ – ne peut que pousser vers des solutions à court terme au mieux illusoires.

De plus, quelles que soient les mesures que l'on peut proposer, la condition pour qu'elles ne se transforment pas en composantes de l'aggravation de l'état du système – quelles soient par ailleurs leurs valeurs prises isolément –, est <u>au minimum</u> de comprendre les grandes lignes des origines premières des erreurs qui ont abouti à l'état actuel. En quelque sorte même si l'on met un excellent vin dans du vinaigre, le vinaigre ne se transforme jamais en nectar. Mais si l'on met, dans le vinaigre initial, des évaluations, avec ou sans notes, à la sauce DEPP ou PISA qui sont capables de faire tourner un grand cru en vinasse, on est sûr de l'effet produit.

En bref, l'objectif de CQFD sera donc volontairement beaucoup plus modeste et vise simplement, non pas le zéro erreur de ceux qui ont accumulé les plus nombreuse et les plus massives, mais simplement d'en faire le moins possible qualitativement et quantitativement. Une condition nécessaire même si elle n'est pas suffisante pour arriver à cet objectif minimal mais incontournable est tout d'abord de ne pas refaire les erreurs précédemment faites et donc dans un premier temps de les définir explicitement en commençant par les plus fondamentales, celles qui portent sur les débuts de l'enseignement de l'écriture du calcul et de la langue. Or cette analyse précise des erreurs qui ont été commises par les responsables de l'éducation et soutenues par la mainstream médiatique est justement ce qu'ils évitent à tout prix. Un des sujets importants dans ce domaine est « l'enseignement des quatre opérations en CP » que le texte *infra* traite partiellement. CQFD ?

3. - L'actualité au miroir du passé.

Dans cette perspective [celle des maths modernes, MD], il n'y a plus, à proprement parler, d'action qui se déroule dans le temps.

APMEP 72, page 14.

Maths modernes / OCDE. – L'OCDE nous a fait il y a aura bientôt 60 ans cadeau des maths modernes et elle n'a pas jugé utile d'en faire un bilan. Il n'est donc pas incohérent de regarder avec la plus grande méfiance le nouveau cadeau de l'OCDE – pourtant accueilli avec un consensus touchant par la grande majorité si ce n'est la totalité des médias et des personnes *en charge* –, je veux parler du *package PISA* 7. Il comprend à la fois une conception de l'enseignement qui n'est pas du tout neutre et la batterie de tests qui permet d'évaluer positivement ceux qui suivent cette conception OCDE de l'enseignement ... et d'enfoncer les autres.

Remarque complémentaire sur les maths modernes. — L'erreur théorique qui est la base des maths modernes est de considérer que le contenu à enseigner à un niveau donné peut-être la transposition du contenu d'un enseignement donné à un niveau supérieur et c'est en ce sens la négation de la notion de progression. L'erreur pratique correspondante a consisté à vouloir enseigner au primaire et en particulier au début de l'enseignement primaire des connaissances — les ensembles, les relations, la notion de nombre entier conçue exclusivement à partir de la

⁵ Lorsque je parle de l'état catastrophique de l'école, je fais référence à son rôle instructif; si, par exemple, d'autres mettent en avant son coté éducatif et considèrent que l'essentiel est que les élèves ne soient pas dans la rue – ce que j'ai appelé la théorie du camp – au risque, s'ils bénéficient d'un minimum d'instruction, de suivre des « pratiques pédagogiques lentes qui justifient, au prétexte de l'obligation d'instruction, l'obligation de ... rester à l'école », on peut dire que les réformes de l'école ont réussi. Pour plus de précisions sur cette problématique qui n'est pas une invention de ma part et a déjà été explicite historiquement, voir

⁻ Michel Delord, « Police, polissons et instruction » ou Instruction / Contrôle social, Octobre 2012 : http://micheldelord.info/refondons1bis.pdf

⁻ Anne Querrien, L'ensorrellement scolaire, Introduction à Anne Querrien, L'école mutuelle, une pédagogie trop efficace?, Éditeur Les Empêcheurs de penser en rond, Paris, 2005 (Préface d'Isabelle Stengers):

http://seminaire.samizdat.net/IMG/pdf/A. Querrien_L_ensorcellement_scolaire-2.pdf

⁶ Cette position utilitariste – présentée sous différentes étiquettes : centralité de la formation professionnelle dans le rôle dévolu à l'école, négation de la nécessité d'enseignement « de notions qui n'ont pas d'application immédiate ou directe dans le métier ou dans la vie de tous les jours », présentation du summum de la pédagogie dans l'art de « donner du sens », ... – entraine à moyen terme, contradictoirement seulement en apparence, l'impossibilité de toute formation professionnelle sérieuse.

⁷ Voir sur le sujet :

⁻ Michel Delord, Vaccination contre le PISA-Choc, 27 février 2014, http://blogs.mediapart.fr/blog/micheldelord/270214/vaccination-anti-pisa-choc-0

⁻ Michel Delord, PISA: L'exception française, 27 avril 2014, http://blogs.mediapart.fr/blog/micheldelord/270414/pisa-l-exception-française

notion de successeur comme dans les axiomatique célèbres etc. - qui ne pouvaient être comprises et dont l'intérêt ne pouvait être saisi que pour des élèves de niveau universitaire.

Ceci dit, peut-on à juste titre dire « A bas les maths modernes »? Non au sens où il est faux de voir initialement * un effet négatif uniforme de la réforme des maths modernes sur l'enseignement du cursus. Car cet effet négatif est d'autant plus important qu'il y a de <u>distance</u> entre l'enseignement d'une notion et l'enseignement de la notion transposée pour un niveau inférieur. Ainsi l'on est sûr que proposer l'enseignement de l'axiomatique de Péano à l'université est on ne peut plus justifié puisque l'on peut enseigner la notion et non une transposition de celle-ci : normalement à ce niveau – en gros la maîtrise – l'élève a une connaissance suffisante des mathématiques et de l'abstraction pour que le maniement des bases de l'axiomatique puisse lui paraître intuitive sans trop de difficultés. Par contre l'endroit où la réforme a dû avoir selon ce principe les pires effets est celui pour lequel la distance évoquée plus haut est la plus grande, c'est-à-dire l'enseignement primaire et en particulier le début de celui-ci. Or c'est justement à ce niveau scolaire – là où elles sont le plus néfastes – que les doctrines des partisans des maths modernes et celles de leurs continuateurs (qui reprennent en partie la problématique précédente et donnent naissance à la nouvelle didactique des mathématiques⁸), sont quasiment hégémoniques.

* Initialement est important car ensuite la victoire des maths modernes en primaire a eu comme conséquence un effet négatif global c'est-àdire sur l'ensemble du cursus. Le fait d'enseigner en primaire des transpositions de connaissances prévues pour un niveau supérieur a eu comme conséquence à moyen terme l'impossibilité d'enseigner ces connaissances au niveau où elles devaient l'être.

3. – L'enseignement des quatre opérations en CP ou « Les 4 op en CP »

L'expression « les quatre opérations en CP» est un raccourci – peut-être mal choisi – pour dire, que

- du point de vue du principe théorique, il n'y a aucun avantage et même que des inconvénients à commencer l'étude de la numération par toute une phase où la seule opération présente doit être l'addition, et l'on doit, au contraire enseigner simultanément la numération et les quatre opérations, c'est-à-dire ce que j'appelle par ailleurs pratiquer « la simultanéité de l'apprentissage de la numération et du calcul. »
- d'un point de vue plus pratique l'on doit enseigner le calcul (c'est-à-dire les quatre opérations), <u>quasiment</u> dès le début le début de l'enseignement du comptage, de la numération, et ce, que ce soit en CP ou pas. La référence au CP signifie donc ici en un certain sens « dès le début de l'enseignement » puisque cette recommandation a été employée avant que le CP n'existe mais elle signifie aussi que, à la fin du CP, les élèves doivent connaître, suivant l'expression historique employée dans les Instructions officielles de 1945 « ce qui paraît suffisant pour acquérir la notion <u>complète</u> de la multiplication [Et je rajoute : et de la division, MD] ». C'est moi qui souligne <u>complète</u>. D'autre part, le « quasiment » indique ici, <u>au niveau de son principe</u>
 - que l'enseignement des 4 opérations n'a pas à commencer obligatoirement dès l'étude de 2 mais que ceci est tout à fait possible
 - qu'il est sûr que les quatre opérations doivent avoir été abordées au plus tard au moment de l'étude de 10, ce qui n'exclue pas qu'on la commence avant
 - mais que, ceci dit, on peut discuter du moment exact où l'enseignement des quatre opérations et en particulier celui de la multiplication doit être abordé: faire remarquer que 2+2 est égal à 2×2 est un argument intéressant mais non absolu pour n'introduire la multiplication qu'à partir de l'étude du nombre 6. Il semble que l'argument le plus décisif pour décider du nombre à partir duquel on enseigne une opération tient à la manière dont chaque nouveau nombre est introduit.

Les remarques sur les 4 op en CP présentes dans le texte infra ne prétendent pas du tout à l'exhaustivité. Elles aspirent par contre à fournir un certain nombre d'arguments et de documents qui permettront probablement au lecteur d'avoir un avis plus fondé.

4. - Vocabulaire:

Je partage avec Rémi Brissiaud l'idée qu'il faut définir aussi précisément que possible les termes que l'on emploie et notamment ceux de quantités, grandeurs, nombres concrets, abstraits, purs, etc. en tenant compte du fait que le choix de ces termes, le contenu qu'on leur donne, l'absence de certains et la présence d'autres peuvent modifier complètement la problématique de compréhension du calcul et de la numération. Une première étape consiste à comprendre, qu'on la partage ou non, la conception du calcul qui existait en primaire avant la reforme des maths modernes et ce sans la déformer. La lecture du texte montrera que cet objectif minimal n'est peut-être pas aussi facile à atteindre qu'on pourrait le croire à la lecture de son énoncé.

PS1:

Ce texte a été écrit en grande partie cet été [2014], c'est-à-dire avant la lecture de la dernière version du texte de Rémi Brissiaud, celle du 1er septembre 2014 parue sur le Café pédagogique et intitulée « *Le nombre dans le projet de programme maternelle : une analyse critique* »v. Mais le contenu relatif à la question traitée n'y est guère différent puisqu'on y lit :

Allons plus loin : maîtriser les nombres, ce n'est pas seulement comprendre l'itération de l'unité, c'est en maîtriser les décompositions : six, c'est cinq-et-encore-un, mais c'est aussi trois-et-encore-trois, par exemple. Rappelons que cette définition du nombre est celle qui prévalait avant 1986 : comprendre un nombre, c'est savoir « comment il est composé en nombres plus petits que lui » (Canac (6), 1955). En fait, cette définition était celle des plus grands pédagogues du nombre des cent premières années de l'école de la République : Ferdinand Buisson, Henri Canac, René Brandicourt, etc.

PS2: [du 15 /02/2015, MD] Je n'ai pu publier ce texte que très tardivement et je n'ai donc pas tenu compte du dernier texte de Rémi Brissiaud Maternelle: la refondation attendue est enfin au rendez-vous*i.

⁸ Par exemple, Guy Brousseau indique selon les textes que cette *nouvelle* didactique naît soit en 1964*, soit après la réforme des maths modernes. Les deux possibilités me semblent se justifier puisqu'elles indiquent toutes deux l'existence d'une rupture liée à l'existence des maths modernes.

^{*} Guy Brousseau. L''emergence d'une science de la didactique des mathématiques, Repères IREM, 2004, 55, pp.19-34. <hal-00550927> https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00550927/document

Bibliographie faiblement commentée

- 1) **[BO70]** Programme et enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, Bulletin Officiel de l'Education Nationale, n° 5 du jeudi 29 janvier 1970, pages 347 à 385. Vous le trouverez à l'adresse http://micheldelord.info/bo70.pdf
- Il s'agit du fameux programme dit de « maths modernes » du primaire. Ce pdf a été scanné par Bernard Appy que je remercie : la pagination que j'utilise (Page 1 à 38) est celle de Bernard Appy mais pas celle du BO original.
- 2) [APMEP69], Première étape... vers une réforme de l'enseignement mathématique dans les classes élémentaires. Supplément au Bulletin de l'APMEP n° 269, 1969. L'intérêt de ce texte est de montrer que les programmes officiels du BO de 70 sont dans la stricte continuité, du point de vue de ce qui nous intéresse ici, des positions de l'APMEP. http://www.apmep.fr/Premiere-etape-vers-une-reforme-de ou http://micheldelord.info/apmep69.pdf (à paraître).
- 3) [APMEP72] La mathématique à l'école élémentaire, Paris, Supplément au bulletin APMEP n° 282, 1972, 502 pages

Sans discussion possible, il est sûr que l'organisation qui a été le principal vecteur des maths modernes – et notamment pour ce qui nous intéresse ici, c'està-dire le primaire – est l'APMEP puisqu'elle en a non seulement été le promoteur militant indépendant de l'État mais a également eu un rôle de mise en place directe de la réforme puisqu'elle a même participé directement à la rédaction des programmes / IO de 1970. Si l'on veut comprendre ce qu'étaient les mathématiques modernes en primaire, il semble donc tout à fait logique de s'intéresser aux positions sur le sujet avancées par l'APMEP. Or existe un document de l'APMEP qui correspond à ces critères et qui en fait LE document de référence, c'est le supplément au bulletin de l'APMEP n° 282, publié début 1972 et intitulé « La mathématique à l'école élémentaire ». C'est un véritable livre puisqu'il compte plus de 500 pages et il explique de manière assez détaillée – en tous les cas plus détaillée que les IO – quels sont les tenants et les aboutissants des programmes du primaire dits « des maths modernes ». C'est dans ce texte que l'on trouve, d'une manière beaucoup plus explicite que dans d'autres à la fois ce que les auteurs considéraient comme les principales orientations des maths modernes pour le primaire et les raisons et problématiques qui les justifient II comprend six parties :

- 1 INTRODUCTION
- 2 REFLEXIONS SUR LE PROGRAMME RENOVE
- 3 LA FORMATION DES MAITRES
- 4 QUELQUES THEMES DU PROGRAMME RENOVE
- 5 QUELQUES THEMES AU-DELA DU PROGRAMME RENOVE
- 6 POUR PREPARER L'AVENIR

Le texte intégral se trouvera à l'adresse suivante : http://micheldelord.info/apmep72.pdf. La pagination originale est incluse dans le texte ([-63-] signifie page 63 de l'édition originale) mais la pagination donnée *infra* est celle du pdf. Pour le moment je n'en ai scanné que la table des matières et les deux premières parties.

Parmi les divers articles disponibles deux sont particulièrement importants :

[APMEP72-MROB] Marguerite Robert, Réflexions sur le programme rénové : Un nouvel état d'esprit, pages 10 à 42.

[APMEP72-JACQ] Philippe Jacquemier, Promenade au long du programme du 2 Janvier 1970 et des commentaires qui les accompagnent, pages 43 à 52. Rappelons que l'avis de Philippe Jacquemier est ce que l'on peut considérer comme un « avis autorisé » puisque il n'est pas simplement un militant de base de l'APMEP car il était aussi membre de la commission Lichnerowicz.

- 4) **[IOCalc45]** : Programmes et Instructions officielles de mathématiques de 1945 pour les Cours Préparatoire, Cours élémentaire, Cours moyen, Cours supérieur, Classes de fin d'études http://micheldelord.info/iocalc45.pdf
- 5) **[CALC]** Michel Delord, Calcul humain, calcul mental et calculettes: Questions pédagogiques, écrit en 1999, mis en ligne début 2000 pour la première fois sur les sites de Sauver Les Lettres SLL et du SAGES. http://micheldelord.info/txt1999/calc-index.html .

 Le répertoire compressé est disponible à http://micheldelord.info/txt1999/calc-0803.zip
- 6) [DEBAT_Calcul] Mars 2014 ? Débat sur le calcul R. Bkouche, R. Brissiaud, M Delord., C. Huby ...etc. sur le blog de Luc Cédelle
- Sur le blog de Luc Cédelle: http://education.blog.lemonde.fr/2014/03/21/enseignement-du-calcul-des-elements-pour-un-debat-1/
- En pdf imprimable (65 pages) : http://micheldelord.info/BlogLC-debat-calcul.pdf
- 7) [BlogLC_Horresco] Michel Delord, Quelques remarques ... refondatrices sur la note 'Horresco referens' de Luc Cédelle, septembre 2013 ? http://micheldelord.info/bloglc-horresco.pdf

Texte – si l'on peut employer cette expression – en cours de publication par moreaux traitant notamment, en partant en partie du texte de Catherine Huby Mon métier à moi, c'est maitresse d'école, de quelques questions générales comme la nécessité de l'enseignement en maternelle et en lycée, de la nécessité de l'enseignement de l'histoire et de l'économie et dont le présent texte pourrait être à juste titre une partie du chapitre I^{ter} intitulé « Réponse à Guy Morel - A propos des 4 opérations en CP ». Les positions défendues par Catherine Huby semblent bien, comme le dit Luc Cédelle, être consensuelles, au vu des commentaires faits jusqu'à maintenant par les uns et les autres. Je reviendrai donc sur la note de Catherine Huby puisque je prétends toujours que, pour une véritable refondation de l'école, il faut se méfier ++avant tout++ des positions consensuelles, question que le blog Éducation avait déjà, par la plume de Luc Cédelle, abordé en 2012 notamment dans « Ciel! II y en a qui n'aiment pas le consensus en éducation...» vii

8) [UnitésNombres], Michel Delord, A propos du mot "unité" en arithmétique élémentaire, septembre 2012

Ce texte - http://micheldelord.blogspot.fr/2012/10/unites-et-nombres.html - renvoie à plusieurs textes et débats sur Neoprofs et Forum enseignants du primaire montrant que « ce n'est pas le mot unité qui a deux sens, mais 1 qui représente simultanément deux choses, l'unité et le premier nombre.»

* :

I) Rémi Brissiaud et Ferdinand Buisson

Dans ses textes de Juillet 2014 consécutifs à la publication de projets de programme pour la maternelle, Rémi Brissiaud écrit :

Ainsi, le projet de nouveau programme permet aux enseignants de renouer avec la culture pédagogique de l'école française d'avant 1986 : comprendre un nombre, c'est savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui. En effet, cette définition était celle des plus grands pédagogues du nombre des cent premières années de l'école de la République : Ferdinand Buisson, Henri Canac, Gaston Mialaret... viii

Il pose donc, au travers de la notion par ailleurs effectivement fondamentale de « compréhension du nombre » définie comme « savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui », la question du contenu de ce qu'il appelle « la culture pédagogique de l'école française d'avant 1986 » et en particulier de l'évolution de cette culture pédagogique depuis les premières années de « l'école de la République ».

Rémi Brissiaud affirme donc explicitement une continuité entre, par exemple, les positions de Ferdinand Buisson pour commencer par la plus ancienne citée, et les positions dominantes entre 1970 et 1986 puisque c'est à cette dernière date qu'il fixe une rupture qu'il considère comme fondamentale et négative avec « [la compréhension du nombre] des plus grands pédagogues du nombre des cent premières années de l'école de la République : Ferdinand Buisson, Henri Canac, Gaston Mialaret... ».

D'autre part il approuve la formulation « comprendre un nombre, c'est savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui », et la qualifie de « [définition] [de la compréhension du nombre] des plus grands pédagogues du nombre des cent premières années de l'école de la République : Ferdinand Buisson, Henri Canac, Gaston Mialaret... ». Cette formulation est-elle une « définition de la compréhension du nombre » ? Est-elle invariante de 1880 à 1986 ? Est-elle la même chez tous les auteurs cités ?

Je ne traiterai pas, loin de là, de toutes ces questions même partiellement dans le texte qui suit. Je me contenterai de donner *quelques indications* plus précises sur une question primordiale, une signification essentielle de la notion fondamentale de *Calcul intuitif*, c'est-à-dire de la forme de la *méthode intuitive* pour l'apprentissage des débuts de la numération et du calcul.

Et pour nous situer dans la continuité du *Débat en six actes sur l'enseignement du calcul*^{ix} sur le blog de Luc Cédelle à partir de mars 2014, je me permets de rappeler son tout début puisqu'il entre exactement dans notre sujet.

Guy Morel avait écrit le 13 février 2014 :

PS. J'ai noté avec intérêt que M. Brissiaud a redécouvert récemment les mérites de l'enseignement du calcul préconisé par Henri Canac en 1960. Tout n'est donc pas perdu, et il se peut qu'un jour prochain, il feuillette les pages du DP de Buisson de 1887 consacrée à la question. J'ose même espérer que M. Goigoux fasse de même avec les pages du même ouvrage sur l'écriture-lecture. Rédigé par : Guy Morel | le 13 février 2014 à 17:52 |

Ce à quoi Rémi Brissiaud lui répondait le 18 février :

Si je comprends bien, ma lecture des pédagogues d'avant 1970 (date de la réforme des maths modernes) serait récente et celle du DP de Buisson à venir. Qu'est-ce qui vous permet d'affirmer cela? Lisez mon ouvrage de 1989 (Comment les enfants apprennent à calculer? notez la présence du mot « calculer » et non « compter ») et vous verrez qu'il n'en est rien. Il contient de nombreuses citations de pédagogues d'avant 1970 sur lesquelles je m'appuie (en complément de résultats de recherches) pour affirmer qu'il faut d'emblée viser l'enseignement du calcul à l'école et pour émettre une mise en garde : l'enseignement du comptage, tel qu'il s'effectue dans les familles, a un rôle ambivalent concernant le progrès vers le calcul. Nos prédécesseurs dans le métier s'en méfiaient comme de la peste. Une question au passage : la découverte de ce phénomène ne serait-elle pas récente au sein du GRIP? Sinon, comment expliquer que Catherine Huby ait intitulé son manuel de CP et, pire, de CE1 : « Compter, calculer au CE1 »? (voir aussi les interventions de Catherine Huby sur le site pré-cité). Quant au Dictionnaire pédagogique de Ferdinand Buisson, je l'ai lu la première fois en 1977 (j'étais en « stage d'adaptation » parce qu'ancien professeur de lycée, je devenais professeur d'école normale). Je suppose que vous êtes convaincu du contraire parce que je ne fais pas miennes toutes les recommandations du Dictionnaire. Mais comment faut-il qualifier le rapport à un ouvrage qui consisterait à en épouser systématiquement les thèses? À un niveau général, mon accord avec les thèses défendues dans le DP, est profond mais dans le détail, je pense qu'avec les connaissances qui sont les nôtres aujourd'hui, il faut nuancer ce qui y est dit et ne pas systématiquement retenir ce qui y est préconisé.

Je prendrai comme exemple un extrait du texte de Michel Delord auquel vous renvoyez dans votre billet :

Jusqu'en 1970, on apprend simultanément le calcul et la numération : au programme de CP figure les quatre opérations car par exemple il n'est pas possible d'apprendre la numération sans connaître la multiplication puisque 243 signifie bien 2 fois100 plus 4 fois 10 plus 3.

Pour moi, il n'est pas nécessaire d'avoir étudié la multiplication au CP pour savoir que 43, c'est 4 fois 10 plus 3, l'addition répétée suffit. Il faut savoir que 40 = 10 + 10 + 10 + 10, ce qui peut évidemment se dire : 40, c'est 4 fois 10. En effet, le mot « fois » fait partie du langage quotidien et il n'est pas nécessaire de l'avoir associé à la multiplication et au signe «×» pour l'utiliser. Nous allons voir en effet qu'utiliser le signe «×» et le mot «multiplication» à ce niveau de la scolarité n'est pas sans inconvénient. Pour s'en rendre compte, on peut se rapporter aux résultats d'une recherche menée à Recife, au Brésil [par Schlieman et ses collègues en 1998]

Je n'ai pas de raisons de mettre en doute l'affirmation de Rémi Brissiaud

« Quant au Dictionnaire pédagogique de Ferdinand Buisson, je l'ai lu la première fois en 1977 (j'étais en « stage d'adaptation » parce qu'ancien professeur de lycée, je devenais professeur d'école normale) »,

mais là n'est pas fondamentalement la question, rendue importante seulement par la formulation pour le moins hasardeuse employée par Guy Morel « *Tout n'est donc pas perdu, et il se peut qu'un jour prochain, il feuillette les pages du DP de Buisson de 1887 consacrée à la question* », formulation qui induisait ce type de réponse à un sujet qui n'a pas grande importance car savoir si Rémi Brissiaud, Michel Delord ou Guy Morel a <u>lu</u> tel ou tel auteur est vraiment une question sans grand intérêt.

A) FERDINAND BUISSON: CONNAITRE UN NOMBRE / CALCUL INTUITIF

Au vu de l'importance majeure des thèses de Ferdinand Buisson dans l'histoire de l'enseignement en France – Rémi Brissiaud le présente à juste titre d'ailleurs comme « le pédagogue le plus influent lors de la création de l'école de la république » –, je vais donc m'en tenir dans ce texte essentiellement non seulement à cet auteur et à sa thèse principale qu'est la « méthode intuitive », mais à un domaine encore plus réduit qui est une part de son application au calcul⁹.

Et si savoir si Tartempion a lu Buisson ne présente qu'un intérêt secondaire, ce qui n'est pas sans intérêt est de répondre à quelques questions et en particulier

- 1) Rémi Brissiaud, que l'on considérera essentiellement dans tout ce texte non pas à titre personnel mais comme représentant d'une tendance qui est loin d'être marginale autant par la place que ses positions tiennent dans les débats que par le succès de ses manuels, donne-t-il des références de Ferdinand Buisson dans les bibliographies de ses textes ?
- 2) S'il ne le fait pas, fait-il des citations explicites de texte de Ferdinand Buisson? Quelles positions attribue-t-il implicitement ou explicitement à Ferdinand Buisson dans ces citations? Est-il le seul à faire ce qu'il fait? Que peut-on dire de son affirmation: « Mon accord avec les thèses défendues dans le DP, est profond mais dans le détail, je pense qu'avec les connaissances qui sont les nôtres aujourd'hui, il faut nuancer ce qui y est dit et ne pas systématiquement retenir ce qui y est préconisé »?

Procédons par ordre:

Question 1:

La réponse est claire : <u>depuis ses premiers livres jusqu'à aujourd'hui, Rémi Brissiaud n'a Jamais Cité un SEUL OUVRAGE DE FERDINAND BUISSON dans ses bibliographies et l'auteur Ferdinand Buisson n'y figure jamais.</u>

Je reviendrai plus tard sur les auteurs d'avant 1970 cités dans ces bibliographies car le choix n'en pas neutre mais pour vous convaincre de ce que j'affirme *supra* sur la présence de Ferdinand Buisson, vous pouvez consulter *infra* dans la partie *Documents*

- la bibliographie de la première édition 1989 de « Comment les enfants apprennent à calculer » [Ici]
- la bibliographie de « Apprendre à calculer à l'école ; les pièges à éviter en contexte francophone » de janvier 2013 [\underline{Ici}].

Question 2:

i) Rémi Brissiaud attribue implicitement à Ferdinand Buisson, c'est-à-dire sans en donner de citations de ses écrits, un certain nombre de positions mais la plus fondamentale qu'il lui attribue est justement celle citée *supra*:

comprendre un nombre, c'est savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui. En effet, cette définition était celle des plus grands pédagogues du nombre des cent premières années de l'école de la République : Ferdinand Buisson, Henri Canac, Gaston Mialaret...

Par exemple: http://www.ac-lille.fr/dsden59/ressources_peda/math/docs/calcul_mental.pdf

⁹ Lorsque je dis « une part de son application au calcul », c'est qu'il s'agit effectivement d'une part. Je reviendrai sur la part non traitée et en particulier sur le calcul mental. Sous l'influence de diverses thèses dont la mise en avant dès la fin des années 70 de *l'opposition calcul automatique / calcul pensé* en remplacement de l'opposition classique *calcul écrit / calcul mental*, la *position officielle* affirme, avec des arguments pour le moins discutables, que « parler de calcul mental ne signifie pas que tout se passe sans écrit »*. Les recommandations redondantes de l'importance du calcul mental consistent donc à ne pas enseigner et à ne pas donner les règles qui permettent de calculer lorsque « tout se passe sans écrit », c'est-à-dire en quelque sorte lors du calcul mental**.

^{*} Le calcul mental - Document d'accompagnement des programmes de 2002, encore référencé officiellement en 2015 par diverses académies. Auteurs, parmi lesquels on note des éléments de premier plan comme R. Charnay et C. Houdement : François Boule, Roland Charnay, Luce Dossat, M. Jean Fromentin, Catherine Houdement, Nicole Matulik, Guy Pigot et Paul Planchette.

^{**} Quelques éléments dans Michel Delord, Réponse à Roland Charnay, quelques précisions sur le calcul mental, octobre 2003 http://michel.delord.free.fr/ferry_calc3.pdf

J'y reviendrai car comme on va le voir Ferdinand Buisson n'a jamais écrit « comprendre un nombre, c'est savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui ». De nombreux indices permettent d'être à peu près sûr qu'il ne le pensait pas. On va même montrer à ma connaissance, que même si Henri Canac est le premier à utiliser la formule «comprendre un nombre, c'est savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui », il n'en fait pas - et explicitement - une définition de « la compréhension du nombre » mais la considère essentiellement comme une directive pédagogique à un moment donné d'une progression.

ii) Plus fondamentalement: la seule citation faite par Rémi Brissiaud et explicitement attribuée à Ferdinand Buisson, citation qui n'apparait, à ma connaissance, qu'en 2012 sur Internet^{xi} et qui est reprise à la page 35 de Apprendre à calculer à l'école; les pièges à éviter en contexte francophone (Retz, janvier 2013), est la suivante:

Concernant l'élaboration de la culture pédagogique de l'école française, on vient d'insister sur la continuité entre 1923 et 1986. Il est probablement injuste de ne pas remonter plus loin dans le temps en évoquant Ferdinand Buisson qui, parlant de la méthode intuitive qu'il préconise, précise en 1887 qu'elle

« a pour but de faire connaître les nombres : connaître un objet, ce n'est pas seulement savoir son nom, c'est l'avoir vu sous toutes ses formes, dans tous ses états, dans ses diverses relations avec les autres objets ; c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté. ».

On retrouve cette citation dans un autre texte de Rémi Brissiaud du 28 mai 2014, CE2 : Il faut refonder la *didactique du nombre*^{xii}:

Deux définitions de la compréhension des nombres et deux choix didactiques

Dans la culture pédagogique de l'école française d'avant les programmes Chevènement de 1986, la compréhension des nombres ne se définissait pas comme cela se fait couramment aujourd'hui. Dans les années 1880, Ferdinand Buisson considérait que comprendre un nombre c'est « pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté ». Lorsqu'on met ainsi l'accent sur les décompositions, comprendre le nombre 8, par exemple, c'est s'être forgé la conviction que pour construire une collection de 8 unités, on peut en ajouter 1 à une collection de 7, on peut en ajouter 3 à une collection de 5, on peut réunir deux collections de 4, on peut enlever 2 à une collection de 10, etc. Et plus tard dans la scolarité, c'est savoir que 200 est égal à 8 fois 25, que 1000 est égal à 8 fois 125... Comprendre un nombre, c'est savoir comment on peut le former à l'aide de nombres plus petits que lui et c'est savoir l'utiliser pour en créer de plus grands. Rappelons que Ferdinand Buisson, éditeur et co-auteur d'un célèbre Dictionnaire Pédagogique était le pédagogue le plus influent lors de la création de l'école de la république.

Cette définition du nombre a été reprise par les pédagogues qui, à la Libération, s'inscrivaient dans le mouvement de l'Éducation nouvelle : Henri Canac, Gaston Mialaret, etc.* Ils y ont ajouté la préconisation suivante : le plus sûr moyen de s'assurer que les élèves s'approprient les décompositions des nombres est de les aborder de manière progressive : les 5 premiers nombres d'abord, puis les nombres jusqu'à 10 et seulement ensuite les nombres 11, 12, 13... Et lors de leur première rencontre à l'école avec les nombres plus grands que 10, les élèves découvraient que 11 = 10 + 1, 12 = 10 + 2, 13= 10 + 3, etc. Les nombres au-delà de 10 étaient définis de cette manière, dans le même temps que leur écriture était explicitée à l'aide de la dizaine. De plus, ces pédagogues préconisaient un emploi systématique des stratégies de calcul où l'on s'appuie sur la dizaine pour déterminer le résultat d'additions et de soustractions élémentaires : 8 + 6 = 8 + 2 + 4 = 10+4, par exemple. Ils apprenaient de même que 18+6=18+2+4=20+4, que 28+6=28+2+4=30+4, etc.

* Mialaret, G. (1955) Pédagogie des débuts du calcul. Fernand Nathan, Paris (avec la collaboration de l'Unesco).

Remarquons tout d'abord que Rémi Brissiaud ne donne pas la référence de cette citation ce qui ne permet à personne de la comprendre dans son contexte et de savoir quelles sont, pour Ferdinand Buisson, les conséquences en terme pédagogique et de curriculum de cette définition de « la connaissance du nombre » ou de la « compréhension du nombre ». Mais avant d'entrer dans le cœur du sujet, on peut toutefois noter que depuis la publication de son premier livre, il s'écoule une bonne vingtaine d'années avant que Rémi Brissiaud ne juge utile de faire mention <u>d'un</u> extrait <u>d'un</u> texte de Ferdinand Buisson dont il ne donne même pas la référence. Ce qui montre bien - qu'il ait lu Ferdinand Buisson ou pas - la place toute relative qu'il accorde à cet auteur. On trouve dans les bibliographies données par Rémi Brissiaud aussi bien Guy Brousseau que Jean Piaget, Joël Briand et Stella Baruk ... mais ni Ferdinand Buisson ni un article du Dictionnaire Pédagogique : c'est un choix certes possible mais que je ne partage pas.

B) LE CONTEXTE ET LA SIGNIFICATION DE LA CITATION DE BUISSON

Cette citation est en fait tirée de l'article *Calcul intuitif* écrit par Ferdinand Buisson paru dans la première édition du *Dictionnaire pédagogique* c'est-à-dire au plus tard en 1887 mais vraisemblablement beaucoup plus tôt - probablement fin des années 1870 - puisqu'il s'agit de l'article de référence du dictionnaire sur le calcul et la méthode intuitive.

Jusqu'en 2003, cet article n'était pas disponible sur Internet et n'était reproduit dans aucun livre : pour le consulter, on devait posséder la 1ère édition du *Dictionnaire pédagogique de 1887*-, celle qui n'est justement pas été numérisée par l'INRP. Vous pouvez trouver depuis 2003 cet article sur la page de mon site consacrée à Ferdinand Buisson et au Dictionnaire pédagogique xiii, page qui a toujours été en lien sur la page d'accueil du site. J'insiste sur ce fait car depuis 2003, c'est-à-dire onze ans, c'est le seul endroit où on le trouve sur Internet, ce qui montre l'intérêt accordé à ce texte. Ce texte de Ferdinand Buisson est également reproduit *infra*, dans la partie *Documents*.

En voici le passage le plus important : après avoir expliqué que cette conception dite du *Calcul intuitif* provient d'un allemand qui se nomme Grube [Voir *infra* Encadré 1 : *Renouer avec la culture pédagogique* ...des seuls pays francophones ?], Ferdinand Buisson ajoute :

Dégagée des considérations psychologiques qui l'ont inspirée, cette méthode consiste à faire faire aux enfants, d'euxmêmes et par intuition, les opérations essentielles du calcul élémentaire ; elle a pour but de leur faire connaître les nombres : connaître un objet, ce n'est pas seulement savoir son nom, c'est l'avoir vu sous toutes ses formes, dans tous ses états, dans ses diverses relations avec les autres objets ; c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté. Traitant donc les nombres comme un objet quelconque qu'il s'agirait de rendre familier à l'intelligence de l'enfant, Grube s'élève contre l'antique usage d'apprendre successivement aux élèves d'abord l'addition, puis la soustraction, puis les deux autres règles. Il divise le cours élémentaire tout autrement : 1ère année : étude des nombres de 1 à 10 ; 2è année : étude des nombres de 10 à 100 ; 3è année : de 100 à 1000 et au-dessus ; 4è année : fractions

Ferdinand Buisson explique donc que la connaissance d'un nombre est soumise à la même loi que la connaissance de tous les autres objets, c'est-à-dire qu'il faut tenir compte des liens que cet objet entretient avec tous les autres. Dans le cas des nombres, il est bien évident que les liens entre les nombres sont essentiellement réalisés, au niveau qui nous intéresse, par les quatre opérations.

Et il est donc normal que pour définir le calcul intuitif, Grube s'oppose <u>d'abord</u> à ce qui est LA négation de l'enseignement de ces liens, «*l'antique usage d'apprendre successivement aux élèves d'abord l'addition, puis la soustraction, puis les deux autres règles.* » et qu'il recommande tout au contraire l'enseignement simultané de la numération et du calcul, c'est-à-dire des quatre opérations dès le début de l'enseignement de la numération qui est exactement, au niveau du principe, ce que je défends publiquement, depuis que je publie sur Internet, sous le nom de « Enseigner les quatre opérations en CP » [Voir, pour plus de précisions, *Petite histoire des « 4 opérations en CP » et de la publication du texte « Calcul intuitif »*]

Et c'est ce principe que Grube / Buisson applique *explicitement* en prenant ensuite l'exemple d'une leçon, celle portant sur le nombre 4.

```
1° On donne à l'enfant l'idée de quatre, en lui montrant et en lui faisant trouver quatre objets. On lui fait manier quatre bâtonnets, qu'on figure ensuite au tableau noir : | ; puis à côté de ces quatre unités (qu'on pourra lui présenter sous mainte autre forme : = ou  ou  ou ; etc.), on écrit et on lui fait écrire le chiffre qui le représente : 4. 2° Il faut maintenant lui faire comparer ou, selon l'expression de Grube, mesurer le nombre 4 avec ceux qu'il connaît déjà, avec 1 d'abord : on lui fait trouver de tête, énoncer et plus tard écrire ce que nous figurons ci-dessous (pour abréger) en chiffres et en signes :
```

```
1+1+1+1=4;

4 \times 1=4;

4 \cdot 1=3; 3 \cdot 1=2;

4:1=4.
```

C'est-à-dire les quatre règles appliquées aux rapports de 4 avec 1.

3° Même opération pour les rapports de 4 avec 2, puis avec 3.

```
4 = 2 + 2 et 4 = 3 + 1.

4 = 2 \times 2 et 4 = (3 \times 1) + 1;

4 = 2 \times 2 et 4 = 3 + 1.

4 = (3 \times 1) + 1;

4 = 3 + 1.

4 = (3 \times 1) + 1;

4 = 3 + 1.

4 = (3 \times 1) + 1;

4 = 3 + 1.

4 = (3 \times 1) + 1;

4 = 3 + 1.

4 = (3 \times 1) + 1;

4 = 3 + 1.
```

On prend pour exemple les animaux à 2 et à quatre pattes, les voitures à 1, 2, 3 ou 4 roues, une maison à 2,3 ou 4 fenêtres, etc., et on fait trouver aux enfants que :

```
4 est 1 de plus que 3, 2 de plus que 2, 3 de plus que 1;
3 est 1 de moins que 4, 1 de plus que 2 etc.;
4 est le quadruple de 1, le double de 2;
2 est la moitié de 4, le double de 1;
1 est le quart de 4, le tiers de 3, la moitié de 2 etc.
```

Nota Bene 1 : Renouer avec la culture pédagogique ...des seuls pays francophones ?

Rémi Brissiaud écrit comme conclusion du chapitre « Renouer avec la culture pédagogique des pays francophones » :

Concernant l'élaboration de la culture pédagogique de l'école française, on vient d'insister sur la continuité entre 1923 et 1986. Il est probablement injuste de ne pas remonter plus loin dans le temps en évoquant Ferdinand Buisson [...] De plus, il faudrait vraisemblablement avoir une vision plus internationale et parler de renouer avec la culture pédagogique des pays francophones. Lors de conférences en Wallonie, divers pédagogues m'ont dit partager l'analyse que je leur présentais du comptage numérotage, m'informant que, lorsque des pédagogues wallons abordaient cette question, ils parlaient souvent de « comptage unaire » plutôt que de comptage numérotage.

Or « Renouer avec la culture pédagogique des pays francophones » est une vue au moins un peu étroite car ce qui a fait justement la force de la culture pédagogique qu'a souhaité de mettre en place Ferdinand Buisson a été d'aller chercher le meilleur non pas dans les pays francophones mais dans ce qui se faisait le mieux dans le monde. Par exemple, les trois piliers de la méthode intuitive sont

- les leçons de choses : elles viennent des *object lessons* anglo-saxonnes
- les méthodes analytiques synthétiques d'écriture lecture dont une des composantes fondamentales est la méthode mots normaux, i.e. les *NormalWörter*, due au pédagogue allemand Jean-Charles-Christophe Vogel.
- le calcul intuitif qui vient de l'allemand Grube

On peut consulter sur ce sujet un de mes textes de 2004 adopté ensuite en 2006 par le GRIP, texte intitulé « Références théoriques et historiques du GRIP pour l'enseignement primaire » ici http://michel.delord.free.fr/refprim.pdf ou ici https://michel.delord.free.fr/refprim.pdf ou ici https://michel.delord.free.fr/re

Aller directement au C) RETOUR AU SUJET : DETAIL?

ou

Lire les quatre intermèdes

Intermède I : La « définition » de la compréhension du nombre

Intermède II : Lorsqu'il écrit « remuer », Henri Canac veut-il dire « remuer »?

Intermède III : Qu'est-ce qui est « nouveau » en 1947 ?

Intermède IV : Définition / Propriétés

B1) INTERMÈDES

Intermède I La « définition » de la compréhension du nombre¹⁰

On peut remarquer ici que contrairement à ce qu'affirme Rémi Brissiaud, Ferdinand Buisson ne dit pas, et pas plus ici qu'ailleurs, que la <u>définition</u> de la compréhension du nombre consiste à « savoir comment il est composé en nombres <u>plus petits</u> que lui »¹¹.

En effet si comprendre un nombre, « c'est l'avoir vu sous toutes ses formes, dans tous ses états, dans ses diverses relations avec les autres objets » que sont les autres nombres, il n'y a pas de raisons - et Buisson n'en donne aucune - d'exclure de la compréhension d'un nombre donné les liens qu'il entretient avec les nombres qui lui sont supérieurs : ainsi fait par exemple partie de la « compréhension de 2 » le fait qu'il soit le quotient de 48 par 24 ou la différence entre 1001 et 999.

Donc la question est claire pour ce que Rémi Brissiaud fait dire à Ferdinand Buisson : Ferdinand Buisson ne l'a jamais dit ni écrit. Mais Rémi Brissiaud attribue également la définition de la compréhension du nombre sous la forme « savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui » à Gaston Mialaret et Henri Canac. Gaston Mialaret ne faisant que copier pratiquement mot à mot pour l'UNESCO en 1954 ce qu'avait écrit Henri Canac en 1947, il suffit donc de s'intéresser à ce qu'avait dit ce dernier précédemment. Henri Canac n'emploie pas la formulation que lui attribue Rémi Brissiaud mais en emploie une proche au moins dans la forme. Voici la citation exacte d'Henri Canac, les termes en italiques l'étant dans l'original :

On conçoit donc qu'il est possible d'étudier les premiers nombres (les 10 premiers notamment), avec des enfants de 5 à 6 ans, d'une manière beaucoup plus intelligente que par le dénombrement monotone des bûchettes. (Encore qu'il faille parfois recourir au dénombrement comme moyen de constatation ou de contrôle.) Cette méthode consiste essentiellement à construire (définir, poser), le nouveau nombre par adjonction de l'unité au nombre précédent, puis à étudier ses diverses décompositions en nombres moins élevés que lui. [015]

On le voit Canac ne parle pas de la définition de la compréhension du nombre, il parle de « méthode » et de « possibilité d'étudier les premiers nombres (les 10 premiers notamment), avec des enfants de 5 à 6 ans, d'une manière beaucoup plus intelligente que par le dénombrement monotone des bûchettes »

Or <u>dans ce cadre</u> qui est la mise en place d'une progression de l'apprentissage de la numération, il y a bien équivalence entre la compréhension du nombre n et la connaissance des diverses décompositions en nombres moins élevés que n puisque, à ce moment-là, l'élève ne peut pas étudier les rapports avec les nombres supérieurs à n puisque, justement, il ne les connait pas.

Mais Henri Canac a probablement senti le problème puisqu'il ne dit pas que la « nature du nombre 4 » consiste à « savoir comment il est composé en nombres plus petits que lui » mais il dit explicitement que la « nature propre du nombre 4 » est l'ensemble <u>infini</u> - s'il dit <u>infini</u> c'est obligatoirement qu'il y a présence de nombres supérieurs à 4 - des décompositions du nombre parmi lesquelles il cite 19 - 15 qui est bien un lien entre 4 et des nombres plus élevés que lui. Ceci se trouve aux pages 13 et 14 de « L'enfant et le nombre », passage peu connu de ce texte puisque Gaston Mialaret ne le reprend pas dans son texte pour l'UNESCO de 1954 (les parties soulignées le sont par moi) :

On peut donc concevoir une étude individuelle de 4, comme, en d'autres disciplines, une étude du petit pois, espèce botanique, ou du losange, espèce géométrique.

Je le définis, je le *pose* par rapport à 3, supposé connu. Si, à une collection de trois objets, j'ajoute une unité, j'obtiens une collection nouvelle, qui s'exprime par le nombre quatre. (Prononcez : quatre, écrivez : 4.) Puis, cette espèce définie, j'en

Pour être plus précis, dans d'autres textes, Rémi Brissiaud fait référence sous le nom de méthode à ce qu'il appelle ici définition.

¹¹ Dans un autre texte récent dont je ne trouve pas la référence, il me semble, et je m'en réjouis, que Rémi Brissiaud inclut dans la définition d'un nombre n des entiers plus grands que n, ce qui rentre en contradiction avec « savoir comment [n]est composé en nombres <u>plus petits</u> que lui ». Mais si j'ai écrit cet *Intermède I* ce n'est pas pour critiquer la position de Rémi Brissiaud mais surtout pour préciser les notions abordées – ce qui est toujours utile surtout lorsqu'il s'agit de questions aussi fondamentales – et pour reprendre la citation aussi importante à mon sens que peu connue de Henri Canac, passage que Gaston Mialaret ne mentionne pas dans son exposé à l'UNESCO. Si les divergences que je peux avoir avec Rémi Brissiaud sur le sujet sont à mon avis mineures, ce n'est pas le cas de l'interprétation par Rémi Brissiaud du « remuer » traitée dans l'*Intermède II*.

étudie les propriétés, c'est-à-dire les *décompositions*. La notion de 4 enferme en elle les décompositions virtuelles : 1 plus 1 plus 1 plus 1; 2 plus 1; 2 plus 2; 3 plus 1; et les décompositions obtenues en intervertissant l'ordre des parties dans celles de ces décompositions qui ne sont pas symétriques (1 plus 1 plus 2; 1 plus 2 plus 1; 1 plus 3).

A vrai dire, la notion de 4 implique aussi la propriété de se composer avec tous les nombres, y compris lui-même, pour constituer d'autres nombres déterminés. Quatre est le nombre, l'unique nombre, qui, ajouté à 1, donne 5, qui, retranché de 19, donne 15... Et ces compositions sont en nombre infini, comme la suite des nombres. Le nombre 4 une fois posé, une infinité d'opérations [014] possibles découle rigoureusement de cette position; et c'est cela qui fait la nature propre du nombre 4

Intermède II

Lorsqu'il écrit « remuer », Henri Canac veut-il dire « remuer »?

On doit également faire remarquer que Rémi Brissiaud utilise des arguments douteux pour justifier l'adéquation de ses thèses avec celles d'Henri Canac. En voici un exemple :

Dans un ouvrage publié dans les années 50 (Brachet, Canac et Delaunay, 1955), le premier de ces auteurs s'exprime ainsi :

« Ce n'est pas, nous semble-t-il en remuant (<u>l'auteur veut dire : en comptant-numérotant</u>) l'un après l'autre les quatre jetons d'une collection que l'enfant forme la notion de quatre et des décompositions. Ce serait plutôt, croyons-nous, en contemplant, à bonne distance, et d'une vue d'ensemble, simultanée, la constellation de 4 objets, que l'enfant sera illuminé par le nombre 4, qui est 2+2 et 3+1 ».

Le mot « illumination » est évidemment malheureux, mais le propos de ce pédagogue serait resté complètement d'actualité s'il avait dit : « Imaginer les différentes façons de dessiner les 4 points de la constellation du dé est l'un des moyens par lesquels l'enfant peut accéder au fait que 4, c'est 2 + 2 et c'est 3 + 1 ». L'important est évidemment que ce pédagogue se livrait à une critique du comptage (numérotage) et mettait la connaissance du nombre 4 du côté de la connaissance de ses décompositions.

Rémi Brissiaud, Apprendre à calculer à l'école, Retz, 2013, page 25.

<u>Il n'y a aucune preuve</u> - c'est le moins que l'on puisse en dire - que lorsqu'Henri Canac utilise le verbe remuer dans la phrase : « Ce n'est pas, nous semble-t-il en remuant l'un après l'autre les quatre jetons d'une collection que l'enfant forme la notion de quatre et des décompositions », il « veuille dire » compter-numéroter qui en bon français n'est pas, de plus, un synonyme reconnu de « remuer ».

Mais pour ne pas s'en tenir à une critique qui n'est pas sans valeur mais qui pourrait paraitre formelle, observons le contexte. Pour le comprendre, on va d'abord rappeler un des axes fondamentaux de la pensée d'Henri Canac¹² et ensuite, à la lumière de cet éclairage - et donc en ne se livrant pas au jeu des citations isolées et hors contexte - voir ce que dit explicitement Henri Canac lorsqu'il critique le fait de « remuer l'un avec l'autre les quatre jetons d'une collection ».

Cet axe général de la pensée de Canac est justement de s'opposer aux excès du « calcul concret » recommandé(\underline{s} ?) dans les instructions de 1945, c'est-à-dire de prétendre qu'il faut *toujours* que le calcul proposé à l'élève soit lié à un « problème concret », à une « manipulation physique » et à une « activité ». Autre manière de décrire ces excès : l'intuition doit toujours - c'est-à-dire à tout niveau scolaire et d'études - être le point initial <u>exclusif</u> d'entrée dans l'étude d'un sujet <u>à l'exclusion de toute référence à une construction logique préalable</u>.

Dans son livre, Henri Canac écrit en 1947

C'est dire qu'en calcul, comme ailleurs sans doute, l'expérience concrète est un indispensable point de départ

et, dans l'édition de 1954, pour que tout soit clair, il précise sa pensée en rajoutant à cet endroit une note qui dit :

« Pas de conception sans imagination », selon Kant. Il faut donc partir du concret, manié et perçu. Mais « en partir » signifie, très exactement, ne pas y stagner. Défense, donc, de stationner. Il faut passer aussitôt de « l'acte à la pensée », de « l'opération manuelle » à « l'opération arithmétique », le calcul étant, selon le mot de Vinci (relatif à la peinture), « chose mentale ».

ce qui converge fortement avec la position de Ferdinand Buisson qui indiquait très précisément dans L'ARTICLE fondamental « *Intuition et méthode intuitive* » :

On se sert des sens non pour qu'il y ait recours toute sa vie, mais pour lui apprendre à s'en passer [...]. La méthode intuitive n'est pas la méthode de tous les âges ; c'est exclusivement celle de l'enfance 13 .

Revenons maintenant au texte d'où Rémi Brissiaud tire sa citation - *reproduite en gras* - mais en la plaçant donc dans son contexte :

¹² Axe de pensée également oublié parce qu'il se situe dans la lignée de la défense de la méthode intuitive de Ferdinand Buisson ? Je n'ai pas le temps d'approfondir ici la question, mais à mon sens, le point d'interrogation pour le « s » de « recommandés » - est inutile.

¹³ Remarquons que les réformateurs de 70 reconvertis dans la didactique des mathématiques ont fait exactement le contraire de ce qu'indique Ferdinand Buisson : après avoir imposé un curriculum primaire basé sur une conception axiomatique – <u>et donc non intuitive par essence</u> –, ils ont tenté et réussi à imposer dans le secondaire une conception qui, au prétexte de « donner du sens » qui ne se trouverait que dans les applications des mathématiques, échoue, d'autant plus d'ailleurs qu'elle ne le cherche pas, à donner aux élèves une vision un tant soit peu formalisée des mathématiques. C'est-à-dire une vision non mathématiques car si l'on peut réduire dans une certaine mesure la part intuitive des mathématiques sans leur faire perdre leurs noms, on ne peut plus parler de mathématiques s'il n'y a pas présence d'un système et d'une rationalisation.

Cette description [celle de Piaget, MD], si fortement étayée sur de remarquables recherches, se caractérise donc par l'importance donnée à « l'opératiore », au détriment du « contemplatif », le nombre « dérivant » d'opérations simples, peu à peu « mentalisées » selon une progression d'une « continuité complète » (Ep., p. 67).

On a pu se demander toutefois si cette conception « active » de l'appréhension du nombre ne sacrifie pas à l'excès la part de la contemplation détachée de l'action.

« L'action ne commence à jouer un rôle efficace que lorsqu'elle est devenue pensée », a écrit le philosophe français E. Bréhier, tout justement à propos de ces thèses de Piaget; et il conteste qu'il y ait « continuité » entre l'expérience tâtonnante de l'enfant de 5, 6 ans, toute engluée encore dans le concret sensori-moteur et la certitude pleinement assurée de l'enfant de 7 ans, maître du calcul abstrait. Entre les deux, écrit-il : « il y a plus qu'un progrès, mais passage à un autre genre ».

À la suite d'E. Bréhier nous avancerions, quant à nous, que, s'il est hors de conteste que le calcul doit trouver son point de départ dans la « manipulation » de collections concrètes, il est beaucoup moins évident que de cette manipulation seule doivent sortir les notions abstraites de nombre et d'opération. Ce n'est pas, nous semble-t-il, en remuant l'un après l'autre les 4 jetons d'une collection que l'enfant forme la notion de 4 et de ses décompositions. Ce serait plutôt, croyons-nous, en contemplant, à bonne distance, et d'une vue d'ensemble, simultanée, la constellation de 4 objets, que l'enfant sera illuminé par la notion de 4, qui est 2 + 2 et 3 + 1.

La main place routinièrement un jeton après l'autre; elle maintient l'enfant au niveau du dénombrement unité par unité, qui masque la notion; seul l'œil contemplant saisit la forme d'ensemble de la collection constellante, par-delà les unités et permet à l'esprit de l'enfant de concevoir en lui la notion numérale en dehors de toute « action réelle ».

Il y aurait donc place, à côté de « l'opératoire », pour le « contemplatif »; et la « mentalisation », loin d'être le simple «: prolongement » par « continuité » des « actions réelles » marquerait plutôt le « passage à un autre genre » qu'évoque E. Bréhier.

Et il est manifeste que la citation faite par Remi Brissiaud explicite ce qui est écrit dans la phrase précédant la citation, phrase qui est la suivante

S'il est hors de conteste que le calcul doit trouver son point de départ dans la « manipulation » de collections concrètes, il est beaucoup moins évident que de cette manipulation seule doivent sortir les notions abstraites de nombre et d'opération.

Je passe sur le fait que, pour la deuxième fois Rémi Brissiaud coupe le texte à un endroit qui lui permet de faire valoir sa vision au détriment de celle de l'auteur : <u>lorsque Henri Canac écrit remuer</u>, il veut bien dire <u>remuer</u>. Et il s'oppose <u>explicitement</u> à la vision <u>activiste</u> des méthodes actives, vision qu'Henri Canac a été un des premiers à combattre. Cette vision qui dit qu'il suffit de <u>mettre l'élève en activité</u> pour que, par miracle et sans référence à autre chose que « la pratique », cette activité aboutisse à une connaissance conceptuelle. Mais il est probable que <u>c'est justement le poids actuel de cette conception activiste de l'activité qui empêche de penser qu'il puisse y avoir une critique sérieuse de cet activisme <u>et qui empêche</u> même de la voir lorsqu'elle existe.</u>

On comprend aussi que cette critique de l'activisme ne soit pas reprise puisqu'elle s'oppose à la théorisation actuellement hégémonique de ceux qui veulent « donner du sens » - s'ils trouvent nécessaire de donner du sens à ce qu'ils enseignent, serait-ce que ce qu'ils enseignent n'en a pas ? - , qui, abandonnant tout aspect logique dans la « construction du sens », pensent justement qu'il ne peut venir que du concret, de la pratique et de l'activité.

Revenons même à ce que disait Henri Canac dans sa présentation de 1947 dans laquelle il est déjà clair que sa critique du *remuer*, « activité de l'ordre du corps » l'oppose « au calcul et aux mathématiques qui même à leurs humbles débuts sont de l'ordre de l'esprit »:

Le maniement des bûchettes, la gesticulation digitale, le preste tracé de barres sur l'ardoise, peuvent à la rigueur développer la dextérité de la main; mais cette précieuse qualité trouve de meilleures occasions de s'affirmer dans d'autres disciplines. Le calcul, les mathématiques, voire à leurs humbles débuts, doivent développer une activité plus rationnelle, de l'ordre de l'esprit et non plus de l'ordre du corps; et cette pratique routinière laisse l'esprit vide et somnolent.

Donc lorsqu'il écrit « remuer », Henri Canac veut bien dire « remuer ».

De la même manière, lorsqu'il parle, dans ce contexte, d'« illumination » — et Rémi Brissiaud le lui reproche — Henri Canac a, à mon sens, tout à fait raison de le faire puisqu'il défend la « contemplation ... [qui] permet à l'esprit de l'enfant de concevoir en lui la notion numérale en dehors de toute action réelle [Souligné dans l'original, MD]». Je ne pense pas, au vu de ce qu'il écrit sur « l'illumination », que Rémi Brissiaud soit prêt à admettre l'existence nécessaire de cette contemplation / illumination, nécessaire au sens où, en bref, le processus d'apprentissage ne se réduit pas à « l'action réelle » elle-même pensée comme agitation purement physique, conception qui induit par exemple que réfléchir, écouter un raisonnement ou penser ne sont pas des activités.

<u>Intermède III</u> <u>Qu'est-ce qui est « nouveau » en 1947 ?</u>

Lorsque Henri Canac parle en 1947 de « nouvelle méthode » qui consiste essentiellement « à construire (définir, poser), le nouveau nombre par adjonction de l'unité au nombre précédent, puis à étudier ses diverses décompositions en nombres moins élevés que lui », il la présente ainsi

L'étude des premiers nombres peut donner occasion à une formation admirable de valeur éducative dont la méthode, ébauchée d'abord par de bonnes institutrices, reprise ensuite par les auteurs de certains manuels récents, vient enfin d'être officiellement consacrée par les programmes et les instructions de 1945. Cette conception nouvelle de l'initiation au calcul, qui n'est pas sans parenté avec les méthodes nouvelles d'apprentissage de la lecture, forme à notre sens, une des meilleures conquêtes de la pratique pédagogique au cours du dernier quart de siècle.

Or qu'est-ce qui est *nouveau* dans ce que présente Henri Canac en 1945 ? Ce n'est pas « *d'étudier [les] diverses décompositions [d'un nombre] en nombres moins élevés que lui* », puisque l'on trouve cette recommandation dès les années 1880 chez Buisson / Grube et on en trouve la pratique dans de nombreux manuels. *Ce qui est sûrement nouveau par contre est de « définir le nouveau nombre par adjonction de l'unité au nombre précédent* » puisque l'on peut constater que ce n'est pas ce que recommandaient Buisson / Grube en 1880. En effet Grube ne recommande pas une progression qui commence l'étude d'un nombre entier en le définissant comme « successeur de son prédécesseur » : 4 n'est pas défini comme 3 + 1, que ce soit à la Gelman ou à la Brissiaud. Dans le texte *Calcul intuitif* , le nouveau nombre 4 est d'abord, au 2°, défini comme 1 + 1 + 1 + 1 et ensuite seulement au 3° présenté comme 3+1 (les parties soulignées le sont par moi) puisque la logique de Grube n'est pas de commencer par étudier le rapport de 4 avec son prédécesseur, c'est-à-dire 3+1, mais d'étudier successivement les rapports de 4 avec 1, puis avec 2, puis avec 3.

```
1+1+1+1 = 4;

4 × 1 = 4;

4 1 = 3; 3 1 = 2;

4:1 = 4.
```

C'est-à-dire les quatre règles appliquées aux rapports de 4 avec 1.

```
3° Même opération pour les rapports de 4 avec 2, puis avec 3. 4 = 2 + 2 et 4 = 3 + 1.
```

Je n'analyse pas ici les conséquences des différents points de vue consistant à <u>définir 4</u> comme 3 + 1 plutôt que comme 1 + 1 + 1 + 1 [Voir *infra* Encadré 2 *Définition / propriétés*], je constate simplement, au vu de l'importance de la notion de définition dans le débat actuel, que Grube ne définit pas 4 comme 3 + 1. On verra d'autre part dans un texte ultérieur en quoi les deux définitions de 4, c'est-à-dire « 3 + 1 ». ou « 1 + 1 + 1 + 1 » proviennent donc de problématiques différentes et induisent des progressions différentes. Disons pour l'instant et c'est déjà important, que si l'on doit « mesurer », comme le demandent Grube et Buisson, le nouveau nombre 4, il est naturel de le comparer d'abord à l'unité puisque mesurer est toujours ramener à l'unité. *Et en ce sens 4 est bien D'ABORD 4 fois 1 et non pas 3 + 1*.

Il faudra revenir sur cette question fondamentale de définition / compréhension de l'unité, et pas seulement sur l'opposition multiplicatif /additif mentionnée *supra*, car la notion d'unité – réduite souvent à celle d'élément neutre de la multiplication – a été assez malmenée par les théoriciens des maths modernes notamment comme conséquence de leur insistance excessive sur le rôle de la commutativité de la multiplication, insistance basée de plus sur une pseudo définition de la commutativité au fait que les deux facteurs du produit « jouent le même rôle » ¹⁴. Or, même sans faire allusion directement à la volonté de

¹⁴ C'est explicite dans [BO70], c'est-à-dire les programmes du primaire de janvier 1970 dans lesquels on trouve à la page 11 : $(8 \times 5) = (5 \times 8) = 40$. La multiplication est commutative. Les deux nombres 8 et 5 jouent le même rôle.

dans « une fois quatre », un et quatre jouent le même rôle ? A suivre donc.	

<u>Intermède IV</u> Définition / Propriétés

Même si la question n'est pas du tout élémentaire, – voir par exemple « <u>Propriété caractéristique vs définition</u> » xiv sur <u>Les-Mathématiques.net</u> –, il y a en mathématiques, classiquement et sans entrer dans les détails, une différence entre la définition d'un objet et les propriétés de cet objet, ces dernières pouvant être déduites de la définition et des propositions du système dans lequel on a défini l'objet. Il y a bien sûr un cas dans lequel on pourrait dire en un certain sens qu'il y a équivalence entre la définition d'un objet et une propriété de cet objet, c'est le cas où il s'agit de *la propriété caractéristique* et en ce cas, on peut prendre la propriété caractéristique comme définition. Mais ce cas écarté, il y a bien une différence, notamment utile pour le développement de l'esprit logique et de la compréhension de la relation de cause à effet, entre définition d'un objet et propriété de cet objet.

Or l'on peut remarquer que ces notions apparaissent très peu dans les études « d'orientations psychologiques » consacrées à la conception du nombre et à l'apprentissage du calcul.

Sans en discuter le contenu, je peux par exemple faire remarquer que lorsqu'il écrit

Je prendrai comme exemple un extrait du texte de Michel Delord auquel vous renvoyez dans votre billet :

"Jusqu'en 1970, on apprend simultanément le calcul et la numération : au programme de CP figure les quatre opérations car par exemple il n'est pas possible d'apprendre la numération sans connaître la multiplication puisque 243 signifie bien 2 fois 100 plus 4 fois 10 plus 3."

Pour moi, il n'est pas nécessaire d'avoir étudié la multiplication au CP pour savoir que 43, c'est 4 fois 10 plus 3, l'addition répétée suffit. Il faut savoir que 40 = 10 + 10 + 10 + 10, ce qui peut évidemment se dire : 40, c'est 4 fois 10. En effet, le mot « fois » fait partie du langage quotidien et il n'est pas nécessaire de l'avoir associé à la multiplication et au signe «×» pour l'utiliser.

Rémi Brissiaud dit bien qu'il y a une différence entre la multiplication et l'addition répétée mais il ne précise pas ce qui permettrait de percevoir la différence, *envisagée sous l'angle de leurs définitions*, entre *la multiplication* et *l'addition répétée*.

Cette non-présentation des définitions des opérations est loin d'être une question secondaire. Admettre au moins implicitement – en ne donnant pas de définitions des notions que l'on introduit – que ce n'est pas fondamentalement la définition qui « donne le sens » n'est pas anodin. A suivre.

C) RETOUR AU SUJET : DÉTAIL ?

Donc si l'on résume :

- Rémi Brissiaud ne mentionne jamais Ferdinand Buisson dans ses bibliographies
- Il met une bonne trentaine d'années pour faire <u>une</u> citation de Ferdinand Buisson, dont il ne donne pas l'origine
- Une fois que l'on connait la référence exacte de cette citation l'article *Calcul intuitif* de Ferdinand Buisson -, on s'aperçoit qu'il ne s'agit pas d'un texte quelconque mais DU texte fondamental de Ferdinand Buisson sur le calcul au début de l'école primaire, traduisant les grandes lignes pour le calcul de ce qui est la problématique fondamentale de Buisson, c'est-à-dire la méthode intuitive
- Rémi Brissiaud coupe le texte de Ferdinand Buisson à « c'est pouvoir le comparer [...] le décomposer à volonté ». Si l'on rétablit le contexte de la citation, on s'aperçoit qu'il omet la suite immédiate qui n'est pas anodine puisqu'il s'agit de « Traitant donc les nombres comme un objet quelconque qu'il s'agirait de rendre familier à l'intelligence de l'enfant, Grube s'élève contre l'antique usage d'apprendre successivement aux élèves d'abord l'addition, puis la soustraction, puis les deux autres règles ». Et elle n'est pas anodine pour plusieurs raisons :
 - i) *objectivement* : elle rappelle que les « 4 opérations en CP » est le noyau original et originel de la conception du « Calcul intuitif » et donc de la méthode intuitive en calcul
 - ii) <u>dans le cadre de la démarche de Rémi Brissiaud</u>: il coupe la citation juste au moment où Buisson/Grube justifie les « 4 opérations en CP », ce qui est ce à quoi Rémi Brissiaud et l'ensemble des défenseurs des reformes de 1970 s'opposent. En effet, <u>au-delà des questions de détail portant sur la manière</u>, une part fondamentale [Voir *infra* Encadré 3 <u>Une autre rupture</u>] de ce qui caractérise ces réformes est bien l'abandon de la multiplication et de la division en CP, c'est-à-dire le retour à « *l'antique usage* » honni par Grube et Buisson.

Et ce point *fondamental* de la réforme « des maths modernes » l'est d'autant plus

- qu'il survivra à la « fin <u>officielle</u> des maths modernes » dans la décennie 70
- qu'il persistera comme point fondamental des programmes jusqu'à maintenant puisque l'on peut constater que la multiplication et la division ne sont toujours pas au programme du CP en 2014
- que les partisans actuels des réformes de 70 et en général défenseurs des programmes de 2002 toutes tendances confondues, psychologues aussi bien que didacticiens montreront qu'ils y tiennent particulièrement et en pratiqueront une défense farouche.

Avant de situer la position de Rémi Brissiaud dans le cadre de l'évolution des théories pédagogiques, on doit rappeler en conclusion, ce que Rémi Brissiaud écrit sur le blog de Luc Cédelle

Quant au Dictionnaire pédagogique de Ferdinand Buisson, je l'ai lu la première fois en 1977 (j'étais en « stage d'adaptation » parce qu'ancien professeur de lycée, je devenais professeur d'école normale). Je suppose que vous êtes convaincu du contraire parce que je ne fais pas miennes toutes les recommandations du Dictionnaire. Mais comment faut-il qualifier le rapport à un ouvrage qui consisterait à en épouser systématiquement les thèses? À un niveau général, mon accord avec les thèses défendues dans le DP, est profond mais dans le détail, je pense qu'avec les connaissances qui sont les nôtres aujourd'hui, il faut nuancer ce qui y est dit et ne pas systématiquement retenir ce qui y est préconisé.

on ne peut donc que faire les réserves les plus sérieuses sur la valeur de l'affirmation «mon accord avec les thèses défendues dans le DP, est profond mais dans le détail, je pense qu'avec les connaissances qui sont les nôtres aujourd'hui, il faut nuancer ce qui y est dit et ne pas systématiquement retenir ce qui y est préconisé ».

Il faudrait, pour que mes réserves ne soient pas justifiées, que Rémi Brissiaud soit au minimum en accord avec la position de Ferdinand Buisson sur l'enseignement des quatre opérations en CP (telle qu'elle apparait dans l'article *Calcul intuitif* et dans la suite des programmes inspirées de ces thèses) ou qu'il montre, s'il est en désaccord avec cette position - *ce qui est son droit et à mon sens le cas* -, que, pour lui <u>et</u> pour Ferdinand Buisson, il s'agit d'une question de détail. Le « <u>et</u> » signifie entre autres que Rémi Brissiaud peut bien sûr considérer qu'il s'agit d'une question de détail mais en ce cas, il faut qu'il montre en quoi l'article « Calcul intuitif » et la présence consécutive des 4 opérations dans les programmes des classes de début du primaire, d'abord pour les classes enfantines puis dans les classes de CP pendant en gros un siècle est une « question de détail ». Il semble qu'il aura d'autant plus de mal à le faire que le courant auquel il appartient a montré

qu'il ne considérait pas qu'il s'agissait d'une question de détail puisqu'il considérait que l'enseignement des quatre opérations en CP était au minimum une catastrophe.

Nota bene 2 : Une autre rupture

La suppression des « quatre opérations en CP » est <u>une</u> des ruptures fondamentales introduite par les maths modernes. Il en existe plusieurs. Citons-en – au moins – <u>une autre</u> datant des mêmes maths modernes et du programme de primaire de 70, qui occupe à peu prés le même rôle que la suppression des quatre opérations en CP, c'est-à-dire une rupture

- portant sur une question fondamentale, autant pour ceux qui l'ont mise en place que pour ceux qui l'ont supprimé
- portant sur les débuts de l'enseignement du calcul
- portant sur une question sur laquelle la problématique avait été stable pendant quasiment un siècle
- persistant après la « fausse critique » des maths modernes de la fin des années 1970
- toujours présente de nos jours.

Il s'agit du refus, dès le début de l'enseignement de la numération notamment au CP, de « l'appui sur la mesure », appui constant depuis 1880 jusqu'en 1970, puisque les programmes encore en cours à cette époque, ceux de 1945, disaient explicitement :

Dans l'enseignement au cours préparatoire, l'apprentissage des nombres doit se faire par l'observation de collections d'objets simples ou usuels, maniés ou dessinés. [...] Cet apprentissage est facilité par l'usage des monnaies, du décimètre et du double-décimètre, usage qui est indiqué par le programme et qui est familier à beaucoup d'enfants, en debors même de la classe.

La « disparition de la mesure du Cours préparatoire » que l'on peut constater à la lecture des programmes de 70 est ainsi explicitement justifiée par l'APMEP en 1972, par les raisons reproduites *infra* et dont <u>aucune</u> ne résiste à l'analyse :

Rupture avec les Instructions de 1945, qui déclaraient: "On enseignera le décimètre en même temps que la dizaine". On s'interdit d'enseigner le décimètre tant que les enfants risquent de ne pas appréhender les dix segments d'un centimètre, voire de les confondre avec les traits de division qui les limitent (et qui sont 11), et surtout tant qu'ils voient mal le rôle de ces traits lors d'une mesure.

Il faut en outre laisser intacte chez l'enfant l'idée qu'une mesure a bien des chances de ne pouvoir se traduire par un nombre naturel, et qu'il est plus honnête de parler d'encadrements.

Le maître écrit 7cm + 2cm; il demande de traduire le signe + par ceci : dessiner un segment de 2cm dans le prolongement d'un segment de 7cm qu'il vient de dessiner. C'est beaucoup demander au signe +. Les enfants de Cours Préparatoire, en ce mois de Janvier, ne répondent pas, évidemment, puis docilement disent oui quand le maître termine le dessin. Additionner deux longueurs est une opération mentale plus complexe qu'additionner les cardinaux de deux collections. Les difficultés des enfants viennent de là et un retour aux bûchettes ou aux jetons ne saurait les aider.

Il y a un abîme entre le discret et le continu. Le continu est remis à plus tard : la mesure a disparu du Cours Préparatoire.x0

D) LES 4 OPÉRATIONS EN CP?

Ferdinand Buisson défendait donc la nécessité d'abandonner « l'antique usage » et recommandait d'apprendre simultanément les 4 opérations et la numération au début de l'enseignement et donc au minimum en CP dès que cette classe existe. Mais qu'est-ce que cela signifiait ?

1) Les quatre opérations et les décompositions.

Le « calcul intuitif », c'est-à-dire apprendre simultanément les 4 opérations et la numération au début de l'enseignement signifiait au minimum - <u>et c'est explicite dans le texte de Buisson / Grube</u> - que lorsque l'on étudie les propriétés d'un nombre, on présente toutes les décomposions dans lesquelles figure ce nombre, qu'elles soient à base d'additions, de soustractions, de multiplications ou de divisions. Or

i) C'est sur ce point que les programmes de mathématiques modernes divergent fondamentalement avec les positions de Buisson. L'absence de la soustraction, de la multiplication et de la division dans ces programmes de CP de maths modernes ne signifie pas seulement – comme essaient de nous le faire croire tous ceux qui considèrent que l'enseignement « maths modernes » en primaire n'est pas une régression –, qu'avec la réforme de 1970, s'il n'y a pas « d'apprentissage formel » de ces trois opérations, on pourrait cependant y faire référence en classe. La non-présence de ces trois opérations au programme de CP signifie bien plus : elle signifie explicitement qu'est interdite toute référence explicite ou implicite aux autres opérations

on ne peut plus étudier chaque naturel comme somme ou produit de naturels, étudier ses décompositions, car ces notions ainsi que celles de différence ou quotient seront abordées par étapes.^{xvi}

On voit donc que c'est très logiquement que les réformateurs de 1970 pensent que l'on ne peut plus « étudier les décompositions » et que ne restent donc que ce qu'on appelait les écritures additives, ce qui fait qu'il ne s'agit pas de décompositions au sens propre (ce n'est pas moi qui le dit, c'est le texte de l'APMEP qui affirme, tout en soutenant les « écritures additives » : on ne peut plus étudier [...] ses décompositions.)

- ii) C'est aussi sur ce point que Rémi Brissiaud diverge d'avec Buisson et avec ce que je défends. S'il admet les décompositions soustractives en oubliant de signaler que les maths modernes y étaient explicitement opposées -, Rémi Brissiaud minimise l'importance des décompositions comprenant des multiplications et des divisions et le fait de deux manières complémentaires
 - en général de manière implicite : Rémi Brissiaud induit l'idée que les décompositions d'un nombre ne sont que des additions et des soustractions puisque, <u>chaque fois</u> qu'il cite des exemples de décomposition pour illustrer la progression qu'il propose, ses exemples ne comprennent ni multiplication ni divisions¹⁵
 - une seule fois à ma connaissance et très récemment de manière explicite pour la multiplication ¹⁶ mais pour en réduire l'importance, lorsqu'il écrit

Ferdinand Buisson ne pouvait pas savoir tout cela. Même s'il avait raison sur l'essentiel, c'est-à-dire sur le fait que comprendre le nombre 8, c'est savoir que 8 = 7 + 1; 8 = 10 2; 8 = 4 + 4 etc., je ne pense pas que l'absence de l'écriture 8 = 4 × 2 soit un manque important. (souligné par moi, MD)

Rédigé par : Rémi Brissiaud | le 18 février 2014 à 21:09 |

Or ce raisonnement est au moins triplement critiquable :

- Tout d'abord si l'on se réfère à la comparaison avec les décompositions des années « avant 70 », la question n'est pas « l'absence de l'écriture $8=4\times2$ » pour la bonne et simple raison que, à cette époque, on

¹⁵ Cette attitude – ne montrer que des décompositions additives et soustractives – équivaut bien pour la grande majorité des lecteurs à ne définir les décompositions que comme des écritures additives ou soustractives puisqu'il fallait en gros avoir 20 ans en 1965, - c'est-à-dire en gros 70 ans aujourd'hui - et avoir enseigné il y a 45 ans en CP pour savoir qu'il existe d'autres décompositions à base des quatre opérations utilisables « dès le début du CP ».

¹⁶ mais pas pour la division qu'il n'associe jamais à ma connaissance aux décompositions d'un entier.

n'écrivait pas $8=4\times2$ au moment au moment de l'apprentissage de la numération jusqu'à 100, et encore moins jusqu'à 10. Et on n'écrivait d'ailleurs pas plus 8=7+1; 8=10-2; 8=4+4, puisque l'on considérait que, dans cette phase initiale, l'égalité n'avait pas, si l'on peut dire, un sens « algébrique » [Voir Encadré 4: Egalité?], mais était le signe que l'on devait mettre, dans le sens de l'écriture, entre l'opération et son résultat.

On écrivait donc

```
7 + 1 = 8; 10 - 2 = 8; 4 + 4 = 8; 4 \times 2 = 8; et l'on n'écrivait jamais, en CP, 8 = 7 + 1; 8 = 10 - 2; 8 = 4 + 4; 4 \times 2 = 8;
```

- Ensuite et ceci corrigé, il ne s'agit pas non plus de « l'absence de <u>l'écriture</u> 4×2=8 », l'emploi du mot *écriture* insistant sur une question de forme, mais d'une question beaucoup plus fondamentale : l'absence de la multiplication.
- <u>Enfin</u>, Rémi Brissiaud oublie encore un ... *petit quelque chose!!* Lorsqu'il cite les décompositions qu'il juge importantes ; il *oublie* des exemples du type 8 : 4 = 2, c'est-à-dire qu'il oublie ...la division.

Et là, ce qui est en jeu est la rédaction elle-même de sa proposition qui minimise l'importance des décompositions à base de multiplications et de divisions : alors que je sujet du débat est « les quatre opérations en CP » écrire « Je ne pense pas que l'absence de l'écriture $8 = 4 \times 2$ soit un manque important. » n'est pas du tout équivalent à écrire « Je ne pense pas que l'absence de la multiplication et de la division soient des manques importants. »

Il me semble tout au contraire que l'absence de la multiplication et de la division est « un manque extrêmement important ». On pourrait certes se douter du fait que si l'on n'étudie que la moitié des opérations et qui plus est seulement les deux les plus simples, il y a au minimum une forte perte quantitative et qu'il est donc un peu rapide d'écrire, sans aucune justification et au détour d'une phrase, une phrase aussi importante que « ces absences ne sont pas des manques importants ». Mais la question fondamentale n'est pas là : la perte la plus importante est qualitative et tient à la différence entre une perception additive des entiers et une perception multiplicative l'a de ceux-ci (et donc encore plus à la différence entre une simple perception additive des entiers et la combinaison, c'est-à-dire la simultanéité, des perceptions multiplicatives et additives de ceux-ci), question qui n'est pas indépendante, comme on le verra, de la place de la réitération de l'unité et de celle de la représentation des entiers sur la droite numérique dans l'apprentissage de la numération.

Je ne m'étendrai pas ici sur cette question fondamentale qui est la nature et le rôle des perceptions additives et multiplicatives des nombres entiers, question que quasiment personne n'aborde. J'y reviendrai et en détail mais je me devais d'en mentionner l'existence. Je veux ici simplement remarquer que réduire la question de la division et de la multiplication à un « je ne pense pas que l'absence de l'écriture $8 = 4 \times 2$ soit un manque important » est un peu léger. Rémi Brissiaud peut tout à fait le penser mais en ce cas qu'il explique pourquoi il en est ainsi et qu'il ne entérine pas une proposition aussi importante (autant pour lui que pour moi) au détour d'une phrase.

Pour conclure¹⁸, il est donc sûr que si, avant 70, la notion de décomposition d'un entier était étroitement liée à celle d'apprentissage simultané des quatre opérations <u>et qu'il y a donc un véritable contresens à </u>

Deux définitions de la compréhension des nombres et deux choix didactiques

Dans la culture pédagogique de l'école française d'avant les programmes Chevènement de 1986, la compréhension des nombres ne se définissait pas comme cela se fait couramment aujourd'hui. Dans les années 1880, Ferdinand Buisson considérait que comprendre un nombre c'est « pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté ». Lorsqu'on met ainsi l'accent sur les décompositions, comprendre le nombre 8, par exemple, c'est s'être forgé la conviction que pour construire une collection de 8 unités, on peut en ajouter 1 à une collection de 7, on peut en ajouter 3 à une collection de 5, on peut réunir deux collections de 4, on peut enlever 2 à une collection de 10, etc. Et plus tard dans la scolarité, c'est savoir que 200 est égal à 8 fois 25, que 1000 est égal à 8 fois 125...

¹⁷ Pour être plus précis, au lieu de « perception additive », je devrais dire « perception additive./.soustractive » et, au lieu de « perception multiplicative », je devrais dire, en m'autorisant le néologisme divisif, « perception multiplicative / divisive ».

¹⁸ Puisque je dis « Pour conclure », il ne faut pas oublier que Rémi Brissiaud écrit aussi – les passages soulignés le sont par moi – :

<u>parler de décompositions</u> – et de constellations, ce que nous verrons dans un texte ultérieur – <u>pour ne</u> <u>désigner que des écritures additives</u>¹⁹, les programmes de maths modernes reviennent à « l'antique usage d'apprendre successivement aux élèves d'abord l'addition, puis la soustraction, puis les deux autres règles »

Rémi Brissiaud reconnait que, après 1970, les décompositions se réduisent aux « écritures additives »

On utilisait ainsi [après 70, MD] ce que l'on appelait une « écriture additive » du nombre. Dans un premier temps, une « écriture additive » d'un nombre pouvait être utilisée avant de savoir comment ce nombre s'écrit en chiffres, dans un second temps, les deux étaient reliés.

ce avec quoi nous ne pouvons en gros qu'être que d'accord. Mais pas avec la suite:

Il suffit d'ouvrir un fichier de l'époque pour s'apercevoir qu'un temps important était consacré à travailler les « écritures additives » des nombres et, donc, les décompositions

En effet, c'est subrepticement qu'il introduit l'idée que écriture additive est synonyme de décomposition en introduisant un « donc » illicite dans la phrase « qu'un temps important était consacré à travailler les « écritures additives » des nombres et, donc, les décompositions » et ensuite, il résume cette évolution à

Il y eut, de même, continuité concernant l'enseignement des décompositions des nombres : après 1970, elles restent très fortement mises en avant au CP, mais de manière différente.

Pour être d'accord avec cette présentation, il suffit certes de penser que lorsque l'on passe des décompositions basées sur les quatre opérations pour revenir à « l'antique méthode » basée à ses débuts sur la seule addition, et dans laquelle manquent donc la soustraction, la multiplication et la division – *excusezmoi du peu* –, il y a « continuité ... mais de manière différente ». Mais là, ne peut-on pas dire que la continuité ressemble fort à une rupture ?

```
Nota bene 3 : Égalité ?
Je parle ici de « sens algébrique de l'égalité » au sens où, par exemple, si l'on cherche la solution de l'équation
                     5 = x + 3
sous la forme x = ?,
on peut.
          i) soit passer de
                                5 = x + 3
                                x + 3 = 5
           puis à
                                x = 5 \ 3
           et à
                                x=2
          ii) soit passer de
                                5 = x + 3
          à
                                5 - 3 = x
           puis à
                                2 = x
                                y=2
Mais de toutes les façons on est obligé de passer soit de « 5 = x + 3 \text{ à} x + 3 = 5 » ou de « 2 = x \text{ et à} x = 2 », c'est-à-dire d'inverser
```

 $\underline{http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/05/28052014Article635368595326271409.aspx}$

Habileté: Rémi Brissiaud mentionne « savoir que 200 est égal à 8 fois 25, ... », ce qui lui permet, en utilisant des nombres supérieurs à 100 non au programme du CP, de paraître en accord avec Ferdinand Buisson en présentant comme lui des décompositions non additives. Mais justement, la position de Buisson/Grube n'est pas d'enseigner les décompositions multiplicatives «**Plus tard dans la scolarité**».

^{19 &}lt;u>Ce point est extrêmement important</u> et je ne fais ici que l'effleurer. Pour l'aborder de manière plus sérieuse, il faut au moins faire intervenir la notion de constellation, ce qui sera fait dans la suite prévue mais très en retard de la partie « Réponse à Guy Morel » du texte commencé en 2013 et intitulé « Quelques remarques ... refondatrices sur la note Horresco referens de Luc Cédelle » http://micheldelord.info/blogle-horresco.pdf

à un moment donné les cotés gauche et droit de l'égalité. Dit de manière un peu plus précise : l'égalité est une relation binaire, ici entre nombres dont une propriété est d'être symétrique, c'est-à-dire : si b=a, alors a=b.

En ce sens, le signe égal « = » ne représente plus ni « le déroulement de l'algorithme qui permet de passer des deux nombres de départ au résultat » ni «le signe que l'on doit mettre, dans le sens de l'écriture, entre l'opération et son résultat ». Si l'on considère ce sens du signe égal, il exclut même en quelque sorte qu'une opération opère sur les nombres. Cette compréhension de l'égalité a tout à fait sa place dans le curriculum mais surement pas au début du primaire. Par exemple l'égalité « 12 + 15 = 27 » ne représente donc pas une évolution dans le temps qui « donnerait le temps de calculer » ou plus précisément « donnerait le temps de faire l'opération 12 + 15 »²⁰.

Or c'est justement ce double sens temporel /actif du signe d'opération et du signe « = » qu'ont voulu supprimer les partisans des maths modernes. Le signe = est alors introduit, dans le BO de 70 (pages 9 et 10) de la manière suivante :

```
3. - Comparer deux nombres
3.1. - Emploi du signe "="
D'une façon générale, lorsque l'on écrit a = b, c'est que les symboles a et b désignent le même objet.
En particulier un nombre peut s'exprimer de différentes façons:
Exemples: 6; 2 × 3; 4 + 2; 8 - 2; 24: 4 sont des désignations du même nombre.
Cela donne le droit d'écrire:
6 = 6
6 = 2 × 3
2 × 3 = 4 + 2 etc.
```

4. - Opérations. Propriétés. Pratique

L'étude des nombres naturels comprend celle des deux opérations fondamentales, l'addition et la multiplication, qui donnent à l'ensemble de ces nombres sa structure algébrique propre. A ces deux opérations se rattachent la soustraction, la division exacte et la division euclidienne (c'est-à-dire avec reste pouvant être différent de zéro).

Il est essentiel de comprendre que l'addition, la multiplication ne portent que sur des nombres. Il est tout aussi important que les enfants reconnaissent les situations auxquelles correspondent ces opérations.

```
4.1. - Addition - Soustraction
4.1.1. - L'addition
Exemple : Soient les nombres 8 et 7
```

Prenons un premier ensemble de 8 objets, puis un second ensemble de 7 objets, tous distincts des précédents. La réunion de ces deux ensembles, quelle que soit la nature des objets, est un ensemble de 15 objets.

On dit que le nombre 15 est la somme des nombres 8 et 7, ce qui s'écrit, en utilisant le signe + (plus):

```
8 + 7 = 15
```

L'addition est l'opération qui associe aux nombres 8 et 7 leur somme 15.

L'égalité 8 + 7 = 15 signifie que 8 + 7 et 15 désignent le même nombre.

Pour souligner que 8 + 7 représente un nombre on pourra l'écrire (8 + 7) ; de ce point de vue, et pour éviter des confusions, les parenthèses sont souvent utiles. On pourra en faire usage dès l'école élémentaire

Remarquons tout d'abord que lorsque les rédacteurs du programme de 70 écrivent, pour introduire le sens du signe égal, une phrase comme « Il est essentiel de comprendre que l'addition, la multiplication ne portent que sur des nombres », ils confirment leur thèse – et la mienne – qui est que l'abandon du calcul sur les grandeurs – c'est-à-dire en quelque sorte le refus d'une algèbre des nombres concrets au sens de Maxwell – est bien, si ce n'est LA question majeure au moins une question majeure de la réforme des maths modernes.

Remarquons ensuite que ce n'est pas moi qui invente le fait que les réformateurs de 70 voulaient supprimer tout sens dynamique au signe « = » et aux signes d'opérations.

Pour s'en convaincre, il suffit de relire les pages 12 à 15 du texte de 1972 de Marguerite Robert déjà cité intitulé *Un nouvel état d'esprit*. On peut le consulter en lignex^{vii} et chacune de ses affirmations mérite au moins un commentaire critique et un démontage de l'idéologie qu'il va aider à mettre en place. Citons en quelques extraits suffisamment significatifs

3 + 5 n'est donc pas une addition! Il faut enlever à cette écriture tout son caractère dynamique sous-jacent dans l'enseignement traditionnel. Elle n'indique pas une "action" à réaliser. Elle n'est pas davantage un "résultat", le résultat d'une action. C'est une écriture du nombre huit sous forme de somme.

"3", "5", sont deux naturels, (3; 5) est un couple de naturels; 3 + 5 est un naturel, celui que l'opération d'addition fait correspondre au couple (3; 5).

Dans l'enseignement traditionnel, "l'addition" se présentait sous forme complexe et confuse dans son dynamisme : [...]

Une action se déroule dans le temps, et le temps n'est pas réversible, d'où le caractère irréversible qu'avait le signe " = ", et celui de l'écriture 3 + 5 = 8 puisque "3" est l'état initial, "5" l'état qui suit chronologiquement, et "8" l'état final. Nous avons toujours constaté que les enfants qui avaient compris, au sens que nous venons de décrire, l'écriture 3 + 5 = 8, refusaient d'écrire 8 = 3 + 5.

Si les maîtres veulent "mathématiser" la notion d'addition, ils leur faut donc changer radicalement leur mode de pensée, renoncer à la description d'une action dans le temps, et se situer au niveau de la pensée logique, intemporelle et réversible. Pour ce faire, quels repères pouvons-nous leur donner ?

a) Comme nous l'avons déjà indiqué, vider les symboles "=" et "+" de leurs caractères actifs, dynamiques dans le temps.

Dans l'enseignement élémentaire défini par les programmes de 1970, le signe "=" ne se rencontre qu'entre deux écritures d'un même naturel. 3 + 5 est une écriture de buit, 8 en est une autre écriture. Nous obtenons donc:

²⁰ On peut remarquer que cette non-simultanéité reste vraie si l'on utilise une calculette. Puisque même s'il faut beaucoup plus de temps pour calculer à la main 347×57 qu'il n'en faut pour le faire à la machine, il n'y a toujours pas simultanéité et donc le signe = ne représente toujours pas une simultanéité temporelle. Et il n'y en a pas non plus si l'on connait le résultat « par cœur ».

```
3 + 5 = 8 ou 8 = 3 + 5
```

Le signe " + " fait tout simplement partie de certaines écritures d'un naturel. Ces écritures ont la forme de "somme".

C'est en s'astreignant à une lecture correcte de ces égalités que les instituteurs réformeront le mieux leur pensée. Nous devons leur demander de renoncer, par une stricte surveillance d'eux-mêmes, à la lecture : trois et cinq font huit. Je peux mesurer l'effort à fournir puisque, malgré des années de contrôle, il m'arrive encore d'utiliser cette expression. Mais nul ne dit : huit fait trois et cinq.

Quelle lecture proposer alors? Le "et" n'a aucun sens précis, et le signe "=" ne peut se lire "fait". Puisque "trois plus cinq" et "huit" sont deux désignations du même nombre, le plus simple paraît être l'emploi du raccourci : trois plus cinq, c'est huit - comme nous dirions : la plus petite de la classe, c'est Brigitte.

Bien entendu la lecture : trois plus cinq égale huit reste la lecture classique, mais elle n'impose pas aux maîtres le même effort de redressement de la pensée.

Et nous continuerons de dire, dans le langage courant, "deux et deux font quatre" pour exprimer un modèle de certitude!

b) Remplacer le dynamisme dans le temps par un dynamisme de type logique, c'est-à-dire par la notion de correspondance entre une liste de couples de naturels et une liste de naturels. Ainsi

 $(3;5) \rightarrow 3+5$ qui se lit trois plus cinq ou huit

 $(2;1) \rightarrow 2+1$ qui se lit deux plus un ou trois

 $(6; 2) \rightarrow 6 + 2$ qui se lit six plus deux ou huit

 $(5;3) \rightarrow 5+3$ qui se lit cinq plus trois ou huit

Remarquons bien que le dynamisme logique n'est pas dans le signe "+", mais dans le passage du couple (3; 5) à son "image" 3 + 5 par la loi d'addition.

Le naturel huit figure plusieurs fois dans la liste de droite. Lorsque les écritures sous forme de sommes auront été identifiées, rien n'empêche de l'écrire de la façon la plus simple et immédiatement reconnaissable, c'est-à-dire : 8. [Ouf, on est rassuré. MD]
[...]

c) Évacuer le dynamisme dans le temps dans la présentation de la notion de somme, c'est-à-dire dans la réunion de deux collections en une seule. Présenter cette réunion "à plat" et non comme une activité fabricatrice.

Deux collections d'objets distincts sont déposées sur la table :

ou je regarde ces deux collections, ce qui ne suppose pas un ordre entre elles. L'ordre n'est nécessaire que pour en parler, car le discours se déroule dans le temps et je dirai que l'une est une collection de trois objets, l'autre de cinq.

ou je regarde la collection de tous les objets. Elle en comporte huit.

Cette situation, avec cette double façon de voir, me permettra d'écrire huit sous les deux formes, dites sommes

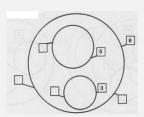
3 + 5 5 + 3

et il en sera ainsi chaque fois que je rencontrerai une telle situation. C'est celle que nous avons représentée par le dessin précédent.

Dans cette perspective il n'y a plus, à proprement parler, d'action qui se déroule dans le temps. Il s'agit, ici, d'une activité mentale qui permet de reconnaître un certain type de situation, celle où deux collections d'objets, tous distincts, sont réunies en une seule, celle qui engendre l'écriture d'un naturel sous forme de somme : le nombre des objets de la "grande" collection est la somme des nombres des objets des deux "petites".

Je me passerai de commentaires et me contenterais de faire remarquer que, après avoir dit qu'il fallait donc abandonner tout dynamisme temporel, la même auteur écrit page 16

Un enfant doit pouvoir, sans hésiter, écrire le contenu des étiquettes en blanc sur le dessin suivant :



Voici, entre bien d'autres, quelques exercices à proposer

a) Habiller le dessin précédent par une "histoire", telle que

Dans un vase il y a cinq roses et trois œillets. Il y a cinq plus trois (ou trois plus cinq) fleurs, c'est-à-dire huit fleurs.

Dans un vase il y a huit fleurs, des roses et des œillets. Il y a cinq roses et huit moins cinq œillets, c'est-à-dire trois œillets.

On peut aussi dire l'histoire ainsi

Dans un vase il y a x fleurs : cinq roses et trois œillets ; x, c'est cinq plus trois (ou trois plus cinq), c'est-à-dire huit.

$$x = 5 + 3$$

x = 8

Dans un vase il y a huit fleurs, cinq roses et y œillets; y, c'est huit moins cinq, c'est-à-dire trois.

$$y = 8 - 5$$
$$y = 3$$

Remarquons que 1"'histoire" ne se déroule pas dans le temps. Il s'agit bien de la description d'une situation "à plat". On n'y trouve ni apport, ni retrait.

On a donc le prodige de l'existence d'« une histoire qui ne se déroule pas dans le temps ». Admettons que ce soit possible. Mais en ce cas si l'on doit utiliser les opérations pour mathématiser des problèmes qui se déroulent dans le temps – et il en existe !–, on peut sérieusement se demander dans quelle mesure cette mathématisation est réalisable par des élèves devant lesquels on a

systématiquement « évacué le dynamisme dans le temps » dans la compréhension du signe = et des opérations.

2) Les 4 opérations *vraiment* au programme du CP?

Voilà ce qu'il en est pour l'utilisation des quatre opérations dans les décompositions. Mais la défense des quatre opérations en CP signifie beaucoup plus puisque à partir de 1882, l'enseignement suit les recommandations correspondant au *Calcul intuitif* et ces quatre opérations sont explicitement au programme du CP à partir du moment où celui-ci existe et on les retrouve dans les programmes correspondants, ceux de 1923²¹ et de 1945, et donc jusqu'en 1970 :

Programmes CP 1923:

Compter par 2, par 3, par 4. Multiplier par 2, par 3, par 4. Diviser des groupes d'objets en 2, 3, 4 parts égales. *Programmes CP.1945 :*

Compter par 2, par 3, par 4. Multiplier par 2, par 3, par 4. Diviser des groupes d'objets en 2, 3, 4 parts égales.

Une partie des critiques qui sont faites par Rémi Brissiaud et bien d'autres partisans des maths modernes avant lui consiste à dire que, même si elles figurent explicitement au programme, l'on ne peut pas parler de « véritable enseignement » des quatre opérations en CP. C'est bien sûr à cause du rôle négatif de ces critiques, - rôle qui, condition nécessaire mais non suffisante, ne disparaitra pas avant qu'il ait été au moins explicité - qu'il faudra reprendre l'ensemble des arguments qui ont été employés en ce sens. Mais il faudra le faire aussi parce qu'ils correspondent, en creux, à la définition d'une bonne pédagogie de l'apprentissage de la numération.

Mais je me contenterai ici de faire simplement quelques remarques que suggère une lecture des deux textes suivants, l'un de Joël Briand et l'autre de Rémi Brissiaud, textes très riches en arguments au point que je ne répondrai seulement qu'à certains et même pas à tous ceux qui figurent dans la *partie sélectionnée en bleu italiques gras*.

Joël Briand explique par exemple en 2006 :

Demandez à trois enfants de CP qui ont acquis l'usage des premiers nombres, de se partager 6 bonbons équitablement : sauf allergie aux bonbons, ou prise de pouvoir intempestive de l'un d'eux, la répartition s'effectuera correctement. "On "pourra dire qu'ils ont divisé 6 par 3. C'est facile à mettre dans les programmes. Le système accepterait là de reconnaître comme l'indice d'un savoir des productions d'élèves qui ne sont en fait que des réponses ayant des causes banales. C'est ce que l'on appelle un "effet Jourdain". Bien sûr, dans ce cas, la construction de la division n'est pas terminée! Est-elle même seulement amorcée? Mais allez donc expliquer cela au journal de 20 heures! Il faudrait surtout expliquer que les élèves de CP qui construisent actuellement la numération sont confrontés à des questions de partage équitable (paquets de dix). La division est donc, en acte, très tôt, dans les apprentissages mathématiques. Il n'y a donc pas de temps perdu. La question est : est-ce que les élèves progressent si on institutionnalise la division immédiatement après, par exemple, l'activité sur les bonbons que nous venons de voir? On sait bien que non et qu'il y a plus urgent.

21/06/2006, cf. note22

Remi Brissiaud indique lui aussi en 2012:

Certaines personnes qui défendaient le retour à ce qu'ils croyaient être les pratiques anciennes, pensaient même s'inspirer de Ferdinand Buisson : pour eux, un enseignement du comptage le plus tôt possible, le plus loin possible et un enseignement des 4 opérations dès le CP, allaient être salvateurs. Concernant le comptage, on a vu ce qu'il en est : c'est à l'opposé de la conception de Buisson. Concernant les 4 opérations dès le CP, ils méconnaissaient que, du temps de Buisson, le CP était une classe préparatoire ; l'enseignement du calcul y était principalement oral, comme cela était recommandé dans le rapport des Inspecteurs Généraux Marijon et Leconte, en 1928. Rappelons-nous leur critique de " ces brillantes opérations qui font la joie de certains maîtres et d'à peu près tous les parents ".

A l'école maternelle et au CP, les enfants résolvaient des problèmes de partage avec des objets, ils ne faisaient pas de division. C'est plus tard, vraisemblablement, que l'usage du formalisme est descendu dans ces petites classes

²¹ Les programmes de 1923 sont les premiers programmes nationaux intégrant le niveau CP, cours créé vers la fin du XIX ème siècle.

²²Joël Briand, L'esprit global des programmes permet aux professeurs de conduire les apprentissages mathématiques des élèves en leur donnant vraiment du sens, Le café pédagogique, 21/06/2006.

Dans les dernières pages des cahiers de GS des années 50, on voit fréquemment des divisions par 2 qui sont posées avec la potence, mais il ne faut pas se leurrer : l'enfant avait résolu un problème de partage en 2 avec des objets par une distribution 1 à 1 ; ensuite, la maîtresse montrait aux élèves ce qu'ils devaient reproduire avec soin sur leur cahier, elle leur expliquait comment disposer les écrits pour qu'ils « présentent » bien . Le cahier, à l'époque, fonctionnait comme un « petit théâtre » du travail scolaire (l'expression est de Jean Hébrard). Ce que l'on y voyait reflétait très mal la réalité de l'activité en classe. Il se peut que l'on puisse parler, durant les années précédant 1950- 60, d'un phénomène de « primarisation » de l'école maternelle au sens où le formalisme de l'école primaire était redescendu ver s l'école maternelle pour s' y afficher, sans être source de progrès ; il se peut même que la critique de cette forme de « primarisation » ait facilité la réforme des mathématiques modernes.

14/11/2012, cf. note23

Il y a donc bien, même s'il ya une différence entre les deux, l'idée commune que, avant 1970, même si la multiplication et la division figuraient au programme – ce qui n'est pas dit explicitement ici par les deux auteurs cités –, on ne devait pas prendre cette position au pied de la lettre. En effet

- <u>Joël Briand</u> commence par donner <u>un</u> exemple suffisamment bien choisi car extrêmement simple, *le partage de six bonbons entre trois élèves*. Il induit donc l'idée que l'enseignement recommandée pour la division en CP se réduisait à ce niveau de simplicité - c'est-à-dire les deux nombres inférieurs à 10, division tombant juste, le calcul proposé n'étant qu'une transposition simple d'une manipulation - et donc que ce niveau de simplicité ne justifiait pas que l'on parle, sans exagérer, de division. Il peut donc en déduire - sans préciser le « on » car il serait obligé de dire qui est ce « on » et ce que ce « on » a dit - :

" On " pourra dire qu'ils ont divisé 6 par 3. C'est facile à mettre dans les programmes.

Pour que cela soit vrai, il faudrait que le(s) programme(s) de CP d'avant 70 se réduisent à ce que prétend Joël Briand. On va voir ce qu'il en est mais en remarquant que l'on trouve nulle part chez Joël Briand une caractéristique - simple ou multiple - qui permettrait de dire à partir de quand il est justifié de parler de division et non pas, comme il le dit, seulement « facile à mettre [le mot division, MD] dans les programmes ». On ne peut certes nier qu'il y ait un processus d'apprentissage de la division euclidienne des entiers, mais cela n'interdit pas mais au contraire oblige à identifier des étapes et sauts qualitatifs dans ce processus.

- Rémi Brissiaud de son coté nous dit :

A l'école maternelle et au CP, les enfants résolvaient des problèmes de partage avec des objets, ils ne faisaient pas de division.

Pour affirmer cela, Rémi Brissiaud se place dans le cadre de sa problématique que je vais développer ici car elle a une certaine cohérence. Il dit que l'on ne peut commencer à employer à juste titre le nom d'une opération pour désigner les connaissances des élèves que *lorsque ceux-ci maitrisent au moins deux propriétés conceptuelles de l'opération en question*. Si cette opération est la division, il dit que l'on peut commencer à parler de véritable maitrise de la division que si les élèves maitrisent la recherche de la taille d'une part et la recherche du nombre de parts ou en langage plus moderne et telle que l'exprime Rémi Brissiaud « une caractéristique essentielle de la division par n est d'être un mode de traitement commun aux situations de partage en n et de groupement par n »^{xviii}

Et il explique donc plus précisément dans un exposé reproduit sur le serveur de l'académie de Toulouse^{xix} - c'est moi qui souligne les parties que je trouve importantes par rapport au sujet traité -:

A. Qu'est-ce que comprendre une opération arithmétique ?

1. La soustraction:

[...]
On a là les trois principaux « sens » de la soustraction arithmétique.

²³ Rémi Brissiaud, Il faut refonder l'apprentissage des nombres en maternelle (2/3), Le café pédagogique, 14/11/2012.
http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/11/13112012Article634883769681491654.aspx
Repris également dans Rémi Brissiaud, Apprendre à calculer à l'école: Les pièges à éviter en contexte francophone, Retz, 2013.

2. La division:

De même, la division $a \div b$ permet de

- résoudre à la fois des problèmes dits de partition (partage) : ceux où l'on cherche la valeur d'une part ou, plus généralement, la « valeur à l'unité » : 4 objets identiques valent 60, quel est le prix d'un objet ?, par exemple)
- mais aussi les problèmes de quotition (groupement) où il faut chercher : « En a combien de fois b ? » (Si l'on veut faire un 10 000 m autour d'une piste de 368 m, combien de tours faut-il faire ?, par exemple).

Ce sont là les deux principaux sens de la division arithmétique.

3. L'addition et la multiplication

Qu'en est-il des propriétés conceptuelles de l'addition et de la multiplication ?

La principale de ces propriétés, commune à ces deux opérations, est la commutativité : « a + b = b + a ». et « $a \times b = b \times a$ ».

[...]

En résumé, la compréhension des opérations arithmétiques renvoie à l'utilisation de ce qu'on pourrait appeler leur « aspect couteau suisse » :

Une seule opération (la soustraction, par exemple) a des usages très différents (la comparaison, la recherche d'un complément et celle d'un reste, pour la soustraction). [...]

La propriété essentielle de la division est d'être un traitement commun aux problèmes de quotition et de partition. [...].La division par n est un traitement commun aux problèmes de groupement par n et de partage en n parts égales (Brissiaud, 2006).²⁴

Mais alors si les programmes enseignés jusqu'en 70 recommandent l'enseignement du calcul du nombre de parts et de la valeur d'une part, Rémi Brissiaud n'a pas le droit d'écrire, s'il suit ses propres principes : « au CP, les enfants résolvaient des problèmes de partage avec des objets, ils ne faisaient pas de division. »

<u>Or qu'en est-il?</u> La division permettant de résoudre les problèmes de quotition et les problèmes de partition a bien été enseignée en CP jusqu'en 1970. Je n'exhiberai que deux arguments

- i) les IO de 1945 précisent sur le CP :

La division par 2, 10, 5 avec ou sans reste, peut se comprendre comme un partage d'objets en 2, ou en 10, ou en 5 parts. Elle peut se comprendre aussi comme une répartition en couples ou paires, ou bien en dizaines, ou bien en demi-dizaines d'objets.

- ii) un bon nombre de manuels de l'époque enseignent cette double vision de la division et je voudrais surtout citer un manuel intitulé « *J'apprends les nombres* » d'un auteur dont, à ma connaissance, Rémi Brissiaud ne parle jamais et qui a pourtant un rôle central et international dans la conception de l'enseignement du calcul des années 1920 aux années 1970. Il s'agit d'*Albert Chatelet*²⁵. Mathématicien renommé, c'est aussi un des théoriciens les plus connus mondialement de l'enseignement des mathématiques en primaire et ce au moins depuis la conférence – *L'apprentissage des nombres*^{xx} – qu'il a prononcée en

²⁴ Je m'appuie sur ce que Rémi Brissiaud écrivait en 2006 dans la réponse qu'il me faisait alors dans *Comment réfléchir ensemble sur les programmes de mathématiques à l'école* ?[http://micheldelord.info/bris-rep-del.pdf]:

Or la thèse principale défendue dans mon texte concerne la division. Elle est la suivante : il est faux de dire qu'avant 1970, la division était enseignée au CP et au CE1 parce qu'en fait, à cette époque et à ce niveau de la scolarité, une seule situation était étudiée : celle où l'on partage une collection en parts égales et où l'on recherche la valeur d'une part. Or, une écriture comme 21 : 3 renvoie principalement à deux sortes de situations : celles où l'on partage 21 unités en 3 parts égales, bien sûr, mais aussi celles où l'on groupe ces unités par 3 (en 21, combien de fois 3 ?). On peut même considérer que la raison d'être de la division pourrais également avec reste, ce qui la différencie du simple partage ou du simple groupement, est d'être un traitement commun à ces deux sortes de situations. Or, le fait que les deux sortes de situations (partage et groupement) puissent être traitées par la même opération n'a rien d'évident dans le cas de la division avec reste nul (in fine, l'explication réside dans la commutativité de la « multiplication à trou »), passons sur la difficulté de le comprendre dans le cas d'une division avec reste non nul.

Dans mon texte, ayant étudié les deux principaux manuels utilisés entre 1945 et 1970, il s'avère que le formalisme de la division n'y était utilisé au CP et au CE1 que pour résoudre des problèmes de partage où l'on cherche la valeur d'une part. Or, c'est une erreur pédagogique grave d'enseigner sur une longue durée que le mot « diviser » et le mot « partager » sont synonymes. [...]Ainsi, lorsqu'un maître introduit en classe le mot « diviser » (et les symboles qui l'accompagnent : les deux points, la potence), c'est une erreur grave de ne pas les utiliser d'emblée avec une signification plus générale que le mot « partager » (les situations de partage sont des situations de division particulières).

²⁵ Le fait que je montre l'importance d'Albert Chatelet dans le domaine qui nous intéresse, importance qui est réelle et majeure, vise surtout à faire réapparaître son rôle qui n'est pas nié que par Rémi Brissiaud (qui à ma connaissance ne le cite jamais). Mais mon insistance ne signifie pas, loin de là, que je pense que son influence a été positive sur tous les aspects de l'enseignement primaire. Cf. Michel Delord, *La séduction du réalisme*, 2014. [A paraître: http://micheldelord.info/45-seduc-real.pdf].

1931 en tant que rapporteur sur le calcul au *Congrès international de l'enfance*²⁶, et donc devant le gratin de la pédagogie mondiale dont Claparède, Decroly, Dottrens, Ferrière, Piaget, Piéron, Maria Montessori, etc. Parmi ses diverses responsabilités pédagogiques, il sera ensuite de 1952 à 1954 à la tête de l'ICMI, *International Commission on Mathematical Instruction*^{xxi}. Sa conférence de 1931 est rééditée en 1947 par les éditions Bourrelier ce qui montre son importance. Et c'est notamment à ces divers titres qu'il a eu une influence plus que certaine sur la rédaction des programmes de 1945, influence qu'il revendique d'ailleurs lui-même. Or dans le livre du maitre de 1934 de son manuel de CP *J'apprends les nombres* – régulièrement réédité au moins jusqu'en 1956 par les éditions Bourrelier qui sont *par excellence* les éditions progressistes et favorables aux méthodes actives^{xxii} – , on trouve page 69 aussi bien des exemple de recherche de taille d'une part « *Partager 20fr. entre 4 personnes* » que de recherche du nombre de parts « 24 élèves se rangent 4 par 4, combien y-a-t'il de rangs ? », « Combien peut-on faire de coupons de 4m de dentelle avec 25 m ? ».

Et, bien qu'il existe d'autres arguments et exemples que je produirai ultérieurement car ils seront probablement nécessaires, je m'arrête ici car ceux donnés suffisent à montrer que si les IO de 45 valables jusqu'en 1970 expliquent que l'on enseigne la division quotition et la division partition en CP et si d'autre part un des manuels les plus vendus des années 30 jusqu'au milieu des années 50 et de plus écrit par celui qui est la référence sur le calcul fait de même, il y a obligatoirement plusieurs milliers d'élèves de CP qui ont pratiqué cet enseignement. Penser le contraire reviendrait à dire, pour donner une comparaison actuelle, – pardon à A. Chatelet pour la comparaison –, que si une connaissance *fondamentale* figure actuellement au programme et si les manuels d'un auteur aussi notoire que Roland Charnay longtemps responsable de l'écriture des programmes, en proposent l'enseignement, il y a fort peu de chances qu'elle ne soit pas enseignée dans un nombre non négligeable de classes.

Tout cela pour dire que Rémi Brissiaud emploie par exemple dans *Comment réfléchir ensemble sur les programmes de mathématiques à l'école* ?**** toute une gamme d'arguments – auxquels je répondrai ultérieurement – pour expliquer que finalement, il n'y avait nulle part en CP avant 1970 un enseignement de la division qui mérite, selon les critères de Rémi Brissiaud, le nom de division c'est-à-dire qui enseigne les deux faces de la division que sont la division partition et la division quotition.

Or, en supposant que les arguments donnés par Rémi Brissiaud ne soient pas discutables ce qui n'est pas le cas à mon sens, que prouveraient-ils? Ils peuvent au maximum signifier qu'un enseignement au CP de la division réduite au partage était majoritaire et que donc l'enseignement « complet » de la division ne se faisait pas partout²⁷. Admettons donc que cet « enseignement complet de la division » ait été minoritaire et même fortement minoritaire, il n'empêche que les arguments de Rémi Brissiaud ne peuvent pas signifier qu'il n'a pas été effectué du tout. Et s'il a été effectué, et ce en France sans mentionner son enseignement hors de France²⁸ probablement sur une échelle beaucoup plus grande que nombre « d'expérimentations » plus récentes ou actuelles considérées ensuite comme représentant de « bonnes pratiques » et donc généralisées, il serait judicieux de l'évaluer et d'avoir au moins quelques preuves du fait que, pour ceux qui ont pratiqué cet enseignement, les résultats étaient « catastrophiques » selon l'avis de Rémi Brissiaud, avis cependant modéré si on le compare à celui d'autres pédagogues et didacticiens. Et dans la foulée, les opposants aux « 4 op en CP » pourraient également désirer montrer, s'ils sont logiques, que la situation était plus catastrophique pour ceux, même s'ils sont minoritaires mais non réduits à une quantité négligeable, qui ont eu cet enseignement complet de la division – ou des 4 op en CP – que pour ceux qui ne l'ont pas eu.

²⁶ Congrès placé notamment « sous le haut patronage de diverses personnalités » dont Ferdinand Buisson, même si sa contribution semble plus symbolique que réelle (ce qui n'est peut-être pas regrettable car le Buisson de 1931 n'est pas celui de 1870, proche de la Commune).

²⁷ Il ya effectivement des manuels dont ceux que citent Rémi Brissiaud et qui étaient très employés * qui ne le font pas et il y a de fortes raisons de croire non pas que tous les instituteurs qui utilisaient ces manuels mais un fort pourcentage d'entre eux n'enseignaient pas non plus la « division double ». [*Rémi Brissiaud dit bien : « Dans mon texte, ayant étudié les deux principaux manuels utilisés entre 1945 et 1970, il s'avère que le formalisme de la division n'y était utilisé au CP et au CE1 que pour résoudre des problèmes de partage où l'on cherche la valeur d'une part »]

²⁸ Et au moment où Ferdinand Buisson propose l'enseignement intuitif, il explique que l'on a déjà une longue tradition de son utilisation puisqu'il écrit « Cet « Essai d'instruction éducative », comme [Grube] l'appelait, après avoir provoqué d'assez vives discussions, obtint les suffrages d'une grande partie du corps enseignant; le traité de Grube, retouché pour être mis en accord avec le nouveau système des poids et mesures, est arrivé en 1873 à sa 5° édition; et de nombreux livres scolaires en toutes langues ont reproduit, imité ou appliqué la méthode Grube.»

E) ENFIN, QUELQUES REMARQUES CONCLUSIVES RAPIDES

- a) Avant 1970, c'est-à-dire sur près d'un siècle, on ne peut trouver à ma connaissance et j'attends donc des contre-exemples et une contre thèse une quelconque critique de « l'enseignement des 4 opérations en CP » que ce soit chez les pédagogues (Canac, Chatelet, Marijon, Mialaret ...), dans les rapports d'inspection, dans les rapports de l'inspection générale, ou dans les différents souvenirs écrits par les instituteurs.
- b) Au moment de la mise en place des maths modernes, aucun des théoriciens de ce mouvement ne propose une critique *explicite* de « l'enseignement des quatre opérations en CP » s'opposant *précisément* aux thèses défendues par Grube / Buisson là aussi, si je me trompe, que l'on exhibe des preuves ce qui signifie qu'est abandonnée sans discussions une directive considérée initialement comme fondamentale. J'y reviendrai *infra* dans la partie II mais il faut donc noter que s'il n'y a pas de critiques directes du « calcul intuitif » et des « 4 opérations en CP », *l'abandon de ce type de curriculum initial est essentiellement provoquée par la présence dans la problématique des maths modernes de thèses incompatibles avec le calcul <i>intuitif à la Grube*. Une thèse fondamentale qui entraine cet abandon de l'enseignement initial des quatre opérations est une assimilation prônée par Jean Piaget, entre les structures fondamentales au sens de Bourbaki et les « structures fondamentales de l'esprit »²⁹. Cette assimilation pour le moins aventureuse et dont Piaget et ses disciples n'ont jamais tenté de donner la moindre justification (Cf. note précédente, Bernard Charlot) est globalement admise sans discussion, en quelque sorte *gobée*, par la majorité de l'intelligentsia et des mathématiciens et psychologues partisans de la réforme. Elle assimile donc plus précisément
 - la construction axiomatique de N qui ne nécessite en gros que l'acceptation de l'existence d'un premier élément (0 ou 1) et de l'existence d'un successeur à chaque nombre entier, c'est-à-dire une forme réduite de l'addition qui est l'ajout de 1,
 - la progression de l'apprentissage initial de la numération,

et *dans cette perspective*, le programme du CP en matière d'opérations se réduit donc *naturellement* à la seule addition.

Lorsque j'ai dit plus haut qu'il y « une thèse fondamentale qui entraine cet abandon de l'enseignement initial des quatre opérations », je me dois cependant d'en mentionner une autre qui est l'influence de la théorie des stades de développement cognitif de Piaget qui retardait, par rapport à ce qui était admis jusque là, l'âge à partir duquel un élève était censé comprendre ce qu'était un nombre entier et retardait encore plus l'âge à partir duquel il était censé être capable de faire des opérations arithmétiques. Comme le dit Rémi Brissiaud, qui n'est pourtant pas, c'est le moins que l'on puisse en dire, un critique radical de Piaget : « Jean Piaget avait montré qu'avant 6-7 ans, les enfants confondent la longueur d'une rangée de jetons avec le nombre de ces jetons et les pédagogues d'alors pensaient qu'enseigner les nombres à l'école maternelle ne pouvait conduire qu'à une sorte de dressage^{xxiv}. » On comprend bien que le courant de pensée qui admet cette perspective théorique de Piaget, tant qu'il ne remet pas en cause sa problématique, est obligé de nier que des

La mathématique moderne apparaît ainsi comme fille de Bourbaki et de Piaget. De Bourbaki, elle hérite son formalisme. De Piaget, les réformateurs, explicitement ou de façon plus diffuse, retiennent deux idées: celle de structure et celle de pédagogie active. Piaget explique que chaque stade du développement intellectuel est caractérisé par une structure qui possède sa propre cohérence; de 4 à 16 ans, le jeune passe ainsi du stade intuitif au stade opératoire concret puis au stade opératoire formel. De stade en stade, les capacités d'abstraction de l'enfant grandissent. Les réformateurs se saisissent de cette notion de structure, qui est également centrale dans la mathématique moderne, et posent que l'apprentissage des structures mathématiques doit correspondre au développement des structures intellectuelles de l'enfant.

« Ce projet veut mettre en évidence dès le niveau élémentaire le rôle prioritaire d'une formation mathématique liée au développement des structures mentales, par rapport à une acquisition des connaissances qui ne serait pas le fruit d'une construction progressive de ces connaissances » (Commission Recherche et Réforme de L'A.P.M.E.P., 1^{et} degré, 15-12-1968).

Cette volonté d'harmoniser l'enseignement des structures mathématiques et le développement des structures intellectuelles pose deux problèmes. D'une part, le fait que le mot « structure » est employé à la fois par les mathématiciens et par les psychologues ne prouve rien. Si l'on ne veut pas fonder une pédagogie sur un jeu de mots, encore faut-il préciser la nature des liens entre les structures mathématiques enseignées et les structures intellectuelles de l'enfant. Or, cette analyse n'est même pas esquissée dans les textes fondamentaux des promoteurs de la réforme.

²⁹ Bernard Charlot l'explique très bien dans son article *Histoire d'une réforme : idées directrices et contexte*

élèves de maternelle puissent apprendre à compter / calculer. S'il est bien obligé de constater que les élèves y arrivent, sa seule réaction, parce qu'il ne peut pas penser autrement tant qu'il ne remet pas en cause son système de pensée, est de prétendre qu'il s'agit d'un apprentissage exclusivement mécanique se réduisant au « par cœur ». Et l'on peut dire que les critiques actuels des « 4 op en CP » n'innovent pas beaucoup par rapport à leurs prédécesseurs purement piagétiens des années 70 : incapables d'une critique sérieuse – que j'attends – de la problématique des 4 op en CP, leur seul recours est de dire qu'il s'agit d'un enseignement mécaniste et de dressage.

- c) Une critique explicite des « 4 opérations au CP » n'apparait que lorsque le sujet est mis à l'ordre du jour au début des années 2000, en gros par mon insistance, et qu'il est donc médiatisé; les divers héritiers des maths modernes, qu'ils soient psychologues ou didacticiens ou syndicalistes, en font une critique assez violente qui présente cet enseignement des quatre opérations en CP comme une abomination réactionnaire. Et même si la forme en est moins agressive, lorsque Rémi Brissiaud écrit « qu'un retour à l'enseignement des quatre opérations dès le CP serait catastrophique » xxv, il dit bien qu'il s'agirait d'une catastrophe ce qui n'est pas une faible critique.

Mais débattre des 4 opérations en CP revient obligatoirement à débattre des programmes du primaire de 1970, c'est-à-dire ceux des maths modernes puisque ce sont eux qui les ont supprimé.

- d) Puisque la question était de savoir quelle était « l'épaisseur de l'enseignement des opérations en CP », on peut tout à fait admettre, en prenant l'exemple de la division et en se limitant à la division euclidienne, qu'il n'y avait effectivement pas « d'enseignement complet » de cette opération en CP puisqu'il n'était pas prévu, par exemple, que les élèves sachent faire la « division euclidienne à la main sans poser les soustractions » de 47566 par 153. Mais de là à admettre que le contenu enseigné en CP ne mérite pas le nom de division – que ce soit avec les arguments de Joël Briand ou ceux de Rémi Brissiaud même s'ils sont différents –, il y a un grand pas que je ne franchirai pas sans avoir la place de l'argumenter ici de manière approfondie. Mais je prendrai un autre exemple – celui de la multiplication – pour montrer que l'intention explicite des rédacteurs des programmes de 1945 n'est pas du tout de restreindre l'enseignement de la multiplication en CP à une vision étroite :

La multiplication et la division sont limitées au cas d'un multiplicateur ou d'un diviseur 2 ou 5, alors que l'ancien programme prévoyait aussi le calcul par 3. On se borne ainsi au calcul des doubles, des dizaines et des demi-dizaines. <u>Les nombres 2, 10 et 5 paraissent suffisants pour acquérir la notion complète de multiplication.</u>

Ce n'est certes pas parce que les rédacteurs des programmes de 1945 défendent cette *vision large* de l'enseignement de la multiplication – et aussi des autres opérations – que leurs directives correspondent à cette vision. Mais en ce cas c'est-à-dire si la position soulignée est en quelque sorte aberrante, il faut admettre que tous les pédagogues des années 45/60 – Chatelet, Canac, etc...–, qui savaient très bien ce qu'il y avait dans les IO, ont été de complets crétins car ils ne l'ont jamais critiqué.

Pour en savoir plus, il faut au minimum comprendre ce que voulait dire « *Les nombres 2, 10 et 5 paraissent suffisants pour acquérir la notion <u>complète</u> de multiplication ». Ce sera l'objet d'un prochain texte.*

F) COMPLÉMENTS

0) Petite histoire des « 4 opérations en CP » et de la publication du texte « Calcul intuitif »

Je n'ai pas eu la chance, comme Rémi Brissiaud, de lire le Dictionnaire pédagogique en 1977 et à cette époque je ne pensais pas avoir à écrire ce que j'ai écrit ensuite car il me semblait que d'autres plus diplômés que moi, ce qui n'est pas difficile, le feraient. Quoi qu'il en soit, c'est vers la fin des années 1980 que j'ai eu en mains pour la première fois un écrit pédagogique de Ferdinand Buisson : c'était un extrait de son fameux texte sur la méthode intuitive publié dans le recueil *Lectures pédagogiques à l'usage des écoles normales primaires*, textes choisis par Charles Defodon, J. Guillaume, Pauline Kergomard (Librairie Hachette, 1883).

Depuis cette époque, convaincu qu'il devait s'agir d'une lecture importante, je cherchais à consulter le DP mais en vain notamment parce qu'il était trop cher pour que je puisse l'acheter. Puis à peu prés simultanément vers 2002/2003 est paru « Éducation et République », premier recueil « post 70 », dû à Pierre Hayat, de textes en partie pédagogiques de Ferdinand Buisson (éditions KIMÉ) et j'ai pu consulter une édition du DP appartenant à Guy Morel. Et c'est là, dans le DP, que j'ai découvert l'article *Calcul intuitif* que j'ai publié quasiment immédiatement en septembre 2003 sur mon site.

Or, <u>en 1999</u>, dans <u>Calcul humain</u>, <u>calcul mental et calculettes : Questions pédagogiques</u>, j'avais écrit ce que j'avais conçu vers 1980/1985 mais mis au moins une bonne quinzaine d'années à mettre en forme :

Si les nombres ont un sens, c'est par rapport aux autres nombres et ce rapport aux autres nombres est réalisé par les opérations : ceci a une conséquence immédiate : il faut apprendre les quatre opérations au fur et à mesure de l'apprentissage de la numération de 20 (ou 11) jusqu'à 100 car c'est à ce moment là que doit se mettre en place simultanément - si l'on ne veut pas produire chez les élèves une pensée aussi atomisée que celle des théoriciens de la pédagogie moderniste - et la numération et les capacités opératoires.

MD, op. cit. ChapIV - 3) Arithmétique et opérations - Limite localiste des SDE, de la didactique

Autrement dit, ce n'est pas de la lecture des textes de Ferdinand Buisson - puisque je ne les connaissais pas - que j'ai tiré ma position sur la nécessité de la simultanéité de l'enseignement de la numération et du calcul. Mais lorsque j'ai lu le texte de Ferdinand Buisson, j'ai compris tout de suite que si je l'avais lu avant, j'aurais perdu moins de temps à comprendre l'évolution et les différentes strates de pensées pédagogiques successives qui amènent à la situation actuelle. Mais je me serai peut-être contenté des arguments de Buisson / Grube. Or même si ils ont des points communs avec les miens – dont je n'ai publié qu'une partie –, ces derniers ne sont pas identiques.

1) Sus aux anachronismes

Les arguments employés dans les années 1970 pour contrer les thèses du *Calcul intuitif* sont, à mon sens, à peu près tous <u>au mieux</u> sans valeur [Voir PS infra]. J'y reviendrai dans un autre texte mais je voudrais souligner sur un exemple le caractère autant a-historique qu'anachronique de certains arguments employés pour justifier *a posteriori* les mathématiques modernes en primaire. Je prends l'extrait de Rémi Brissiaud déjà cité *supra*:

Je prendrai comme exemple un extrait du texte de Michel Delord auquel vous renvoyez dans votre billet:

"Jusqu'en 1970, on apprend simultanément le calcul et la numération : au programme de CP figure les quatre opérations car par exemple il n'est pas possible d'apprendre la numération sans connaître la multiplication puisque 243 signifie bien 2 fois 100 plus 4 fois 10 plus 3."

Pour moi, il n'est pas nécessaire d'avoir étudié la multiplication au CP pour savoir que 43, c'est 4 fois 10 plus 3, l'addition répétée suffit. Il faut savoir que 40 = 10 + 10 + 10 + 10, ce qui peut évidemment se dire : 40, c'est 4 fois 10. En effet, le mot « fois » fait partie du langage quotidien et il n'est pas nécessaire de l'avoir associé à la multiplication et au signe «×» pour l'utiliser. Nous allons voir en effet qu'utiliser le signe «×» et le mot «multiplication» à ce niveau de la scolarité n'est pas sans inconvénient. Pour s'en rendre compte, on peut se rapporter aux résultats d'une recherche menée à Recife, au Brésil [par Schliemann et ses collègues en 1998]

Je ne discuterai pas ici des détails de l'argumentation de Rémi Brissiaud. Je me contenterai de faire remarquer que si l'on veut un débat sérieux sur les maths modernes et leurs conséquences – et ma formulation citée par Rémi Brissiaud vise explicitement ce but –, on ne peut pas s'appuyer pour les justifier à

l'époque où elles sont apparues d'arguments qui ne sont apparus que plus tardivement et qui sont donc anachroniques, en oubliant notamment les fausses raisons qui ont servi initialement à les justifier. On ne peut pas en effet comprendre l'histoire en oubliant les « faux arguments » car la réforme n'apparait pas « toute seule » car elle s'inscrit dans le temps avec sa problématique. Et tant que ses faux arguments ne sont reconnus en tant que tels, c'est-à-dire comme erreurs, ils continuent à avoir une influence négative et d'autant plus négative qu'elle n'est pas consciente et reconnue comme erreur. Je dirais même plus : tant que cette même erreur n'est pas reconnue, elle se reproduit à chaque nouvelle réforme mais sous une forme qui évolue, ce qui la rend de plus en plus difficile à saisir dans l'accumulation des couches géologiques des différentes réformes successives.

Le texte de Rémi Brissiaud *peut* pousser à ce type argumentation « anachronique » puisqu'il justifie avec des arguments datant de 1998 – la recherche menée par Schliemann et ses collègues – la justesse de l'importance accordée à la commutativité de la multiplication dans le plan d'études des maths modernes, <u>c'est-à-dire quasiment vingt ans avant</u>. Or, j'y tiens, à partir du moment où l'on admet qu'il y a des erreurs fondamentales à l'époque des maths modernes pour le primaire, la mise en place de cette réforme ne peut être comprise hors de sa problématique et en particulier des erreurs liées à cette problématique. Je fais ces remarques en considérant *a priori* que l'argumentation de Schliemann et ses collègues est valide³¹.

PS: Ces arguments sont au mieux sans valeur et s'appuient même sur des erreurs mathématiques grossières. Le fait que l'on ait ce soit une erreur mathématique « pure » est d'autant plus grave que les partisans des maths modernes légiféraient justement au nom de l'exactitude extrême de leur respect des mathématiques. La fameuse affirmation du BO de 70

Les phrases telles que : « 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes » n'appartiennent en fait, ni au langage mathématique, ni au langage usuel

est bel et bien – en plus de son rôle pédagogiquement négatif, de son imbécilité notoire et prétentieuse augmentée du fait que l'on a bien du mal à savoir pourquoi « 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes n'appartient pas au langage usuel » – <u>une erreur mathématique</u> puisque deux ans avant que ce programme ne paraisse, Hassler Whitney, un des mathématiciens les plus célèbres de l'époque, qui plus est connu pour s'intéresser à la pédagogie avait construit, dans un texte paru dans une revue de première importance, une approche axiomatique montrant que « 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes » est bien une écriture mathématique et justifiant la nécessité de son travail explicitement pour dire que l'on avait tout à fait le droit d'écrire des égalités du type « 2 m = 200 cm » , ce qu'interdisait explicitement le BO de 70 et qui est en quelque sorte la base de l'interdiction de l'écriture de l'égalité sur l'addition des pommes.

Quelques références :

- Michel Delord, *Compter-calculer : la connaissance intime du nombre* xxvi, 2006, pages 9.
- Le texte <u>de 1968</u> de Hassler Whitney sur les grandeurs, *The mathematics of physical quantities, Part 1*, extraits viii ou texte complet viii ou texte
- La biographie de Hassler Whitney sur l'ICMI^{xxix}, qui montre bien qu'il était très connu dans le monde éducatif puisqu'il sera président de l'ICMI de 1979 à 1982. Si on ne le mentionne pas en France en 68-72, on peut supposer que c'est qu'il argumente avec des positions qui déplaisent aux partisans des maths modernes sans que ces derniers soient capables d'y répondre.

Je reviendrai ultérieurement sur le retour tardif des ex-partisans des mathématiques modernes et des didacticiens sur les positions de Hassler Whitney (notamment Guy Brousseau, Yves Chevallard, André Pressiat). Il faudra en particulier revenir sur la déclaration de Henri Lebesgue " Ce sont les nombres qui, seuls, servent en mathématiques ; libre à chacun de surajouter à ces notions mathématiques des notions métaphysiques, mais celles-ci ne doivent pas intervenir dans l'enseignement". Mais il faudra surtout traiter les positions pour le moins hasardeuses développées par Michèle Artigue dans le rapport de la Commission Kahane sur le Calcul et Guy Brousseau dans son étude "Les grandeurs dans la scolarité obligatoire".

2) « La mutation fondamentale apportée par les programmes transitoires »

Le refus signalé *supra*, *c'est-à-dire celui d'enseigner les quatre opérations en CP*, même s'il n'en est pas l'équivalent, n'est pas indépendant d'un autre refus de la période des mathématiques modernes, qui est présenté en général, à tort comme nous allons le voir, comme l'abandon de « l'écriture des unités dans les opérations ».

J'avais déjà abordé partiellement cette question; et si elle est fondamentale, ce que je crois, il sera indispensable d'y revenir. Mais dans le cadre de ce texte, je me contenterai de commenter brièvement une partie des affirmations suivantes de Rémi Brissiaud:

Par ailleurs, j'ai été un des seuls pédagogues à adopter une position très mesurée vis-à-vis de la pratique pédagogique encore courante aujourd'hui qui consiste, lors d'une résolution de problèmes où l'on cherche le résultat d'une addition répétée, à faire écrire aux élèves le multiplicande en premier (sans indication écrite de l'unité mais en interprétant

³⁰ Je n'ai pas dit que le raisonnement de Rémi Brissiaud était un anachronisme car sa réponse n'est pas explicitement une analyse de la réforme des maths modernes; mais elle l'est secondairement dans la mesure c'est une réponse à une de mes affirmations qui porte, elle, explicitement sur les maths modernes.

³¹ Je ne pense pas que la recherche de Schliemann soit convaincante mais je n'aborderai cette question fondamentale qu'ultérieurement. Je ne m'intéresse ici qu'à la question de l'anachronisme de l'argumentation.

oralement le nombre correspondant comme celui qui indique l'unité du résultat) et le multiplicateur en second. Dans le livre du maître que Michel Delord cite dans son texte, je dis explicitement que cela revient à faire pratiquer aux élèves ce qu'il appelle une « analyse dimensionnelle ». La seule différence entre cette pratique pédagogique et l'usage ancien des « nombres concrets » est que l'analyse dimensionnelle se fait alors de manière orale. On comprend bien pourquoi cette pratique pédagogique peut avoir un effet bénéfique et, en l'absence d'étude scientifique sur l'effet d'une telle pratique, il ne convient surtout pas de la condamner^{xxx}

et

1970 : les fondamentaux de la culture pédagogique de l'école sont préservés

Les analystes de la réforme des mathématiques modernes de 1970, Michel Delord notamment, ont surtout insisté sur les changements survenus à cette époque. Deux phénomènes ont principalement attiré leur attention. Le premier est que l'usage des signes d'opérations a été retardé : après 1970, seul le signe « + » était enseigné au CP, les signes « x » et « - » l'étaient en milieu de CE1 et aucun symbolisme n'était utilisé pour la division avant le CE2. Le second est qu'après 1970, on n'écrivait plus de « nombres concrets » au CP, il n'était plus recommandé que l'enseignant écrive au tableau des égalités telles que : « 4 pommes + 3 pommes = 7 pommes ; il n'était pas plus recommandé que les élèves les écrivent sur leur cahier.

L'étude de la DEPP montre que ces changements ne se sont pas traduits par une dégradation des performances. Cela s'explique : l'arithmétique scolaire, surtout dans les petites classes, est souvent une arithmétique orale et, bien évidemment, on a continué dans les classes à résoudre des problèmes d'addition itérée de la même quantité, mais sans parler de multiplication ; on a continué à proposer des problèmes de partage ou de groupement, mais sans parler de division et l'on a continué à dire dans la classe que : « 4 pommes plus 3 pommes égalent 7 pommes », même si on écrivait seulement l'égalité sans les unités. Si ces deux changements étaient si importants, comment expliquer qu'au final, 17 ans après la réformes des mathématiques modernes de 1970, les enfants de CM2 calculaient toujours bien ?***xxxi

a) 1970 : Continuité / rupture

Rémi Brissiaud écrit donc :

Les analystes de la réforme des mathématiques modernes de 1970, Michel Delord notamment, ont surtout insisté sur les changements survenus à cette époque.

Je ne sais ce qu'il en est des positions « des analystes de la réforme des maths modernes » puisqu'elles sont aussi variées que possible. Mais par contre je connais, et pour cause, ce qu'en a écrit Michel Delord. Il insiste effectivement non pas sur la continuité mais sur la rupture attachée aux programmes de 1970 pour deux raisons

- une analyse comparative de ceux de 1970 et des précédents depuis 1880 montre effectivement une grande discontinuité (qui commence d'ailleurs en calcul par la question des 4 op en CP)
- pour l'essentiel et pas seulement pour les maths les partisans des réformes les présentent comme une rupture avec la passé et même comme une révolution pour certains—, même s'ils trouvent cette rupture souvent insuffisante puisque le programme de 70 pour le primaire est considéré comme <u>transitoire</u> et non comme un « vrai » programme « de maths modernes », ce que Marguerite Robert explique en 1972 dans la présentation de son article "Un nouvel esprit"

Les programmes de 1970 sont dits : "programmes provisoires", "programmes transitoires". Quel est le sens de ces expressions ?

1) Ce ne sont pas de nouveaux programmes, ce sont les anciens programmes allégés de toute une partie devenue inutile, sinon nocive. Ils sont donc provisoires puisqu'ils appellent d'autres programmes, des programmes "modernes". Ils permettent d'attendre que le recyclage des maîtres soit organisé dans l'ensemble de la France afin de leur donner la formation nécessaire pour enseigner de nouvelles notions.

[APMEP72-MROB], page10.

Cependant la formulation de Rémi Brissiaud « Les analystes de la réforme des mathématiques modernes de 1970, Michel Delord notamment, ont <u>surtout</u> insisté sur les changements survenus à cette époque » convient assez bien à mes positions car si j'ai <u>surtout</u> montré, comme je l'ai dit, la rupture « de 70 » (ce qui n'est pas le cas de Rémi Brissiaud), j'ai également montré des continuités – assez fâcheuses à mon sens – entre les programmes de 45 et ceux de maths modernes. : <u>un exemple</u>³² en est la continuité entre les *Instructions officielles* de 1945 et les programmes de 1970 sur la question des opérations sur les grandeurs.

Les IO de 1945 énoncent – et la notation est nouvelle comme le fait remarquer Chatelet -

« Quand les élèves notent une multiplication, dans leur solution, il leur est utile de rappeler la signification concrète de chaque nombre. Par exemple, ils pourront écrire

```
(fr \ par \ kg) (kg)

75 \times 5 = 375 \ francs;

(fr \ par \ heure) (heure)

25 \times 42 = 1.050 \ francs
```

Le signe \times comme le signe + et le signe - n'indique que l'opération à faire sur les nombres et non sur les grandeurs. » [IOCalc45], page 15.

et le programme de math modernes de 1970 dit :

« Rappelons que l'addition (comme la soustraction, la multiplication...) porte sur les nombres et non sur les ensembles que ces nombres qualifient : on réunit des ensembles d'objets ; on additionne des nombres ³³. Les phrases telles que :

8 pommes + 7 pommes = 15 pommes.

n'appartiennent en fait, ni au langage mathématique, ni au langage usuel. »

[BO70], page 10.

Les deux parties de citations suivantes, celle des IO de 1945

« Le signe × comme le signe + et le signe - n'indique que l'opération à faire sur les nombres et non sur les grandeurs. »

et la partie infra des IO de 1970

« Rappelons que l'addition (comme la soustraction, la multiplication...) porte sur les nombres et non sur les ensembles que ces nombres qualifient : on réunit des ensembles d'objets ; on additionne des nombres.

disent essentiellement la même chose : les opérations ne portent pas sur les grandeurs, des objets, mais sur les nombres.

Voilà pour la continuité entre 1945 et 1970. Mais il y a une différence dont voici une description abrégée notamment parce que les problématiques sont légèrement différentes pour l'addition/soustraction et la multiplication / division

- pendant la période 1945/1970 on peut constater que les écritures des opérations ne sont pas limitées à des écritures sur des nombres purs du type 8 + 7 = 15 ou $8 \times 7 = 56$ car l'on recommande, <u>avec des variations sur lesquelles je reviendrai</u>³⁴, des écritures dans lesquelles, comme le dit Chatelet, « chaque nombre est accompagné de l'indication de l'unité » 35
 - la forme recommandée dans les IO de 45 où « l'indication des unités » est écrite au dessus de la ligne et la « forme dérivée » recommandée par Chatelet, ce qui donne par exemple l'écriture $75 \ fr \ le \ kg \times 5 \ kg = 375 \ fr$
 - une forme plus classique du type 3×5 m = 15 m, du type 8 m + 7 m = 15 m, ... que l'on trouve abondamment dans la majorité des manuels

 $^{^{32}}$ Si j'écris " $\underline{\mathbf{un}}$ exemple", c'est qu'il y en a d'autres mais je ne les étudierai pas dans ce texte.

³³ On peut remarquer que les programmes de 70 mettent en avant l'opposition calcul objet / nombre, opposition dont les deux termes sont mathématiques aux yeux des théoriciens des maths modernes, opposition qui permet, et consciemment je pense, d'évacuer la notion de grandeur considérée par les mêmes comme non mathématique.

³⁴ Par exemple ce qui est recommandé dans les IO de 1945 n'est pas ce que recommande ensuite Albert Chatelet dans les années 50, et il a pourtant eu une influence certaine sur la rédaction de ces IO.

³⁵ In Chatelet, Bompard, *Remarques sur l'enseignement de la multiplication et de la division*, Éditions Bourrelier, 1959. Publié début 2006 sur mon site à l'adresse http://michel.delord.free.fr/chatelet/

Je reviendrai en détail sur ce texte d'Albert Chatelet. Il se situe certes à 100 coudées au dessus des théoriciens des maths modernes en montrant notamment que l'analyse dimensionnelle est ce qui permet de distinguer la recherche de la taille d'une part et la recherche d'un nombre de parts. Mais il introduit cependant des notions – et notamment ses notations concrètes des multiplications et des divisions – qui sont plus que discutables et notamment par les raisons pour lesquelles elles sont avancées. Lorsque j'ai publié ce texte en 2006, je craignais qu'il soit approuvé dans le mouvement antipédagogistes pour son coté purement mécanique comme ça a été le cas pour l'ordonnance Lebettre*. Et c'est bien ce qui s'est passé.

^{*} http://michel.delord.free.fr/blogjpb-jeanzay-fondamentaux1960-v10.pdf

- au contraire à partir de 1970, tous ces types d'écriture sont interdits car l'on explique que « 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes n'est pas une écriture mathématique ».

Dans cette période 1945-1970, on autorise, et même plus, on recommande dans la majorité des cas, les écritures du type « 8 m + 7 m = 15 m » ou « 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes » , incluant les unités ... mais en disant qu'il ne s'agit pas d'une opération sur les grandeurs : on conseille une écriture qui traduit pour tout le monde – sauf ceux qui pensent le contraire, parmi lesquels on compte des mathématiciens et la totalité des physiciens – une addition de mètres, c'est-à-dire une addition de grandeurs mais que l'on dit théoriquement et explicitement d'autre part qu'il ne s'agit pas d'une addition de mètres mais d'une addition de nombres purs.

On était donc dans une situation aussi schizophrénique qu'incohérente et intenable. Les maths modernes vont rendre l'ensemble cohérent: pour ce faire on garde la position théorique qui est acquise depuis au moins 1945 (pas d'opérations sur les grandeurs) et on l'applique jusqu'au bout, c'est-à-dire que l'on supprime « l'écriture des unités dans les opérations ».

b) Dommages collatéraux

Pendant la période 1949/1975, l'écriture des unités dans les opérations n'ayant aucune base théorique est cependant recommandée. Mais sur quelles bases ? Elle est considérée comme une astuce pédagogique non mathématique et non scientifique qui « améliore grandement la compréhension du sens de la multiplication » (Chatelet) c'est-à-dire au mieux comme un outil qui marche bien un peu par hasard et permet mécaniquement d'éviter de faire des erreurs dans les problèmes, ce qui n'a pas manqué d'avoir un grand succès au vu de la pression vers le certificatage, forme du bachotage pour le niveau du certificat d'études. On peut d'autre part remarquer que ce ne sont pas les théoriciens « post maths modernes» qui sont les premiers « donneurs de sens».

Cette attitude, déjà proprement intenable, va donc engendrer de plus l'idée que la vérité des positions théoriques est indépendante de la vérité des positions pratiques et que l'on peut en particulier avoir des conceptions pédagogiques justes compatibles avec des positions disciplinaires fausses, ce qui peut être relativement, c'est-à-dire dans une fausse vue perspective, vrai à court terme mais fondamentalement négatif à long terme. Cette position est elle-même la justification de la prééminence du rôle du praticien par rapport à celle du théoricien, position irrémédiablement dangereuse surtout quand elle apparait dans les conditions actuelles, c'est-à-dire dans une période où il est sûr que la « baisse de niveau » a eu une influence sur le niveau de connaissances disciplinaires des enseignants et dans laquelle depuis au moins 40 ans les positions théoriques sont les plus floues. Il faut ajouter, pour comprendre le succès d'une thèse aussi négative, que cette position fausse a été d'autant plus valorisée par certains enseignants qu'elle a été la principale forme de résistance aux absurdités modernistes puisque les praticiens – pas plus que les théoriciens d'ailleurs –, étaient incapables de montrer la fausseté théorique des positions des modernistes. Cette position, sous ses différentes formes, est largement partagée à partir des années 45. Sans être exhaustif, c'en est bien une forme que défend Guy Brousseau, enlisé dans les mathématiques modernes, lorsqu'il écrit que l'enseignant doit choisir entre « enseigner un savoir formel et dénué de sens ou enseigner un savoir plus ou moins faux qu'il faudra rectifier »³⁶. Mais la pire conséquence est probablement celle qui introduit l'idée, comme l'on admet ainsi la possibilité de concomitance d'une théorie fausse et d'une pratique juste, que l'on peut avoir un enseignement convenable sans une maitrise suffisante de la matière que l'on enseigne, et nous retombons bien dans la caractérisation du pédagogisme en tant que surestimation du rôle de la méthode par rapport au rôle du contenu (Voir MD, Antipedago ... etc.³⁷).

³⁶ Guy Brousseau, Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, in Didactique des mathématiques, sous la direction de Jean Brun, Delachaux & Niestlé, Lausanne 1996, page 88.

Je me dois de rajouter que, une fois que l'on est entré dans la problématique de la didactique que partage Guy Brousseau, on est obligé d'arriver logiquement à la fausse dichotomie « enseigner un savoir formel et dénué de sens ou enseigner un savoir plus ou moins faux qu'il faudra rectifier ». Guy Brousseau a l'honnêteté de l'expliciter alors que d'autres la dissimule. Mais le problème est le démontage de la problématique qui amène à cette fausse dichotomie, ce qui ne sera traité, à mon regret, que plus tard.

³⁷ Voi

⁻ Michel Delord, ANTIPEDAGO : *Pédagogisme, antipédagogisme, républicanisme, mécanisme, utilitarisme...* http://michel.delord.free.fr/antipedago.html

⁻ Gilbert Molinier, Sur une prétendue opposition entre pédagogistes et antipédagogistes, http://michel.delord.free.fr/molinier/gm-pedaantipeda.pdf

c) Retour aux opérations sur les grandeurs

J'ai donné *supra* un schéma rapide de l'évolution des visions de l'enseignement du calcul. Il est certes sommaire mais il permet d'éviter une théorisation que l'on trouve très fréquemment, et notamment chez Rémi Brissiaud.

Dans ses grandes lignes – car il ya plusieurs variantes – cette théorisation s'intéresse principalement à la question de l'écriture des unités dans les opérations c'est-à-dire à l'aspect formel des choses et non à la question des opérations sur les grandeurs. Ceci, à mon sens, pousse à un contresens sur l'interprétation de la reforme des maths modernes : le célèbre texte de Rémi Duvert publié par l'APMEP en 2001 « Faut-il mettre les unités dans les calculs » xxxii en est un exemple que je ne traiterai pas aujourd'hui.

Ce biais formel permet d'éviter traiter à fond une question de fond qui est la question des opérations sur les grandeurs. Et elle est de fond car si on n'écrit pas ne fait pas de calcul sur les puisque l'on n'écrit que ce que l'on pense, grandeurs, la question de l'écriture des unités dans les opérations ne se pose pas à moins de la poser comme une question purement pédagogique, n'entretenant aucun rapport entre autres avec les mathématiques et la physique.

La question est donc de connaître les objectifs de l'APMEP en 70. Nous avons la réponse dans le numéro spécial de l'APMEP déjà cité, sous la plume de Marguerite Robert

L'abandon des "opérations sur les grandeurs" est bien la mutation fondamentale apportée par les programmes transitoires, c'est lui qui transforme profondément les démarches de la pensée dans l'enseignement élémentaire.

[APMEP72-MROB], page 11.

La question *des « opérations sur les grandeurs»* est donc LA question centrale de la réforme pour l'APMEP qui est elle-même l'agent principal de cette réforme. Si les rédacteurs *mainstream* des diverses histoires de la réforme des maths modernes en 70 étaient des gens sérieux, on aurait vu dans leurs études, et à une place centrale, d'une part la mention du fait que les auteurs principaux de la réforme considéraient que leur objectif central était de supprimer tout calcul sur les grandeurs (en expliquant ce que cela signifiait) et d'autre part au minimum une discussion sur la réalisation de cet objectif. Quarante cinq ans après la réforme de 70, ce n'est toujours pas le cas. Pour comprendre la citation de Marguerite Robert, il faut penser que l'APMEP inclue *explicitement* dans la notion « d'opérations sur les grandeurs » autre chose que « l'écriture des unités dans les opérations », par exemple ici sous la plume de P. Jacquemier, par ailleurs membre de la commission Lichnerowicz ce qui donne un poids particulier à ses affirmations :

Une pédagogie ancienne, mais pas disparue, fait dire : "Si tu veux trouver des litres, il faut que tu commences par des litres". C'est peut-être de tels dogmes, un tel arbitraire, de tels entraînements mentaux, qui empêchent les enfants de comprendre. En voici d'autres : quand on divise des francs par des francs, on ne doit pas trouver des francs ; quand on divise des litres par des vases, on trouve des litres.

[APMEP72-JACQ], page 46.

Autrement dit l'APMEP interdit l'enseignement des débuts de l'analyse dimensionnelle (ou les débuts de l'enseignement de l'analyse dimensionnelle) pour des raisons non secondaires puisque leur enseignement est censé rien moins « qu'empêcher les enfants de comprendre ». De quoi s'agit-il ? En bref il s'agit d'un type de raisonnement basé sur des règles dont une forme initiale – *initiale* dans la mesure où l'addition est la « première » opération – est « *On n'ajoute pas des vaches et des cochons* ». Ce type de raisonnement permet, par exemple, lorsque l'on doit calculer la longueur de 5 morceaux de ficelles mis bout à bout, chaque morceau mesurant 7 m, d'être sûr que la solution du problème ne peut provenir de l'addition « 5+7 » (ni de la soustraction « 7-5 ») puisque, en ce cas, on ajouterait des bouts de ficelle et des mètres.

Dans le texte cité, Philippe Jacquemier cite plusieurs exemples de ce type de raisonnement considérés manifestement par lui comme *nocifs*³⁸. Il faut dire que, pour mettre toutes les chances de son coté, il caricature les positions qu'il combat. Il formule deux règles – « Si tu veux trouver des litres, il faut que tu

-

³⁸ Nocif est employé explicitement par Marguerite Robert :

commences par des litres » et « Quand on divise des litres par des vases, on trouve des litres » – pour qu'elles apparaissent comme ridicules et même en un certain sens fausses. La troisième est par contre tout à fait correcte même si elle serait mieux formulée avec l'énoncé « Quand on divise des mètres par des mètres, on ne trouve pas des mètres » puisqu'il vaut mieux en général formuler ces règles en prenant des exemples dans le SI (Système International d'Unités) qui, outre le fait qu'il définit la norme internationale permettant une communication avec le minimum de contresens, est un système et permet de traiter beaucoup plus sérieusement les changements d'unité que les égalités du type 2 ânes + 3 vaches = 5 animaux. Remarquons l'importance de ce « Quand on divise des mètres par des mètres, on ne trouve pas des mètres » puisqu'il permet de caractériser d'un point de vue dimensionnel la division « recherche du nombre de parts » – du type « 10 m : 2 m » – qui se distingue effectivement par le fait que le dividende et le diviseur peuvent en ce cas être exprimés dans la même unité. Le quotient – ici 5 – représentant en ce cas le « nombre de fois » qui est un nombre pur, c'est-à-dire sans unités ce qui n'est pas le cas pour « 10 m : 5 » – recherche de la valeur d'une part – division dans lequel le quotient « 2 m » est un nombre concret.

Il est donc tout à fait faux de centrer la critique des positions de la réforme des maths modernes en calcul sur la « question de l'écriture des unités dans les opérations » car ce n'est pas l'objectif exprimé par les réformateurs. Et il encore plus faux, en limitant ainsi la portée négative de la réforme de maths modernes, de sous-entendre ou d'affirmer que cette reforme n'interdisait pas les raisonnements dimensionnels à condition qu'ils ne soient pas écrits mais oraux.

d) Retour aux positions de Rémi Brissiaud

1970 : les fondamentaux de la culture pédagogique de l'école sont préservés

Les analystes de la réforme des mathématiques modernes de 1970, Michel Delord notamment, ont surtout insisté sur les changements survenus à cette époque. Deux phénomènes ont principalement attiré leur attention. Le premier est que l'usage des signes d'opérations a été retardé : après 1970, seul le signe « + » était enseigné au CP, les signes « x » et « - » l'étaient en milieu de CE1 et aucun symbolisme n'était utilisé pour la division avant le CE2. Le second est qu'après 1970, on n'écrivait plus de « nombres concrets » au CP, il n'était plus recommandé que l'enseignant écrive au tableau des égalités telles que : « 4 pommes + 3 pommes = 7 pommes ; il n'était pas plus recommandé que les élèves les écrivent sur leur cahier.

L'étude de la DEPP montre que ces changements ne se sont pas traduits par une dégradation des performances. Cela s'explique : l'arithmétique scolaire, surtout dans les petites classes, est souvent une arithmétique orale et, bien évidemment, on a continué dans les classes à résoudre des problèmes d'addition itérée de la même quantité, mais sans parler de multiplication ; on a continué à proposer des problèmes de partage ou de groupement, mais sans parler de division et l'on a continué à dire dans la classe que : « 4 pommes plus 3 pommes égalent 7 pommes », même si on écrivait seulement l'égalité sans les unités. Si ces deux changements étaient si importants, comment expliquer qu'au final, 17 ans après la réformes des mathématiques modernes de 1970, les enfants de CM2 calculaient toujours bien ?xxxiii

i) Rémi Brissiaud:

Par ailleurs, j'ai été un des seuls pédagogues à adopter une position très mesurée vis-à-vis de la pratique pédagogique encore courante aujourd'hui qui consiste, lors d'une résolution de problèmes où l'on cherche le résultat d'une addition répétée, à faire écrire aux élèves le multiplicande en premier (sans indication écrite de l'unité mais en interprétant oralement le nombre correspondant comme celui qui indique l'unité du résultat) et le multiplicateur en second.

La question que Rémi Brissiaud évoque – faire écrire aux élèves le multiplicande en premier et le multiplicateur en second – n'est <u>au mieux</u> qu'une question technique car on peut aussi adopter l'ordre inverse. Surtout elle est soumise à la question théorique qui est non pas la question formelle « Peut-on écrire les unités dans les opérations? » mais la question « Fait-on des opérations sur les grandeurs? ». D'autre part je dis <u>au mieux</u> car ce que Rémi Brissiaud recommande est de différencier le multiplicande et le multiplicateur et d'imposer un ordre d'écriture <u>dans la multiplication des nombres purs</u> c'est-à-dire pour des nombres dans lesquels on peut intervertir sans problème l'ordre d'écriture, ce qui n'est pas en général le cas pour la multiplication dans laquelle le multiplicande est un nombre concret : si 2×3 peut être lu « trois fois deux » ou « deux fois trois », il est beaucoup plus obscur que 2×3m ou 3m×2 puissent être lus – si le français fois a encore un sens – « trois mètres fois deux », ce qui signifie exactement « On réitère 3m fois l'addition de 2 » ou que, ce qui est le même problème envisagé du point de vue de la division, il est tout aussi obscur que le résultat de « 6m : 2 » soit la réponse à la question : En 6 m combien de fois 2 ?

ii) Rémi Brissiaud:

« Si ces deux changements étaient si importants, comment expliquer qu'au final, 17 ans après la réformes des mathématiques modernes de 1970, les enfants de CM2 calculaient toujours bien ? »

Même si les deux sont effectivement liés, le débat ne porte pas ici principalement sur les capacités calculatoires des élèves mais justement sur l'analyse dimensionnelle et <u>donc</u> la résolution de problèmes. Ceci dit la question du rapport entre savoir calculer et maitriser des éléments des bases de l'analyse dimensionnelle est une question intéressante que je ne traiterai pas ici.

iii) Rémi Brissiaud:

1970 : les fondamentaux de la culture pédagogique de l'école sont préservés

Les analystes de la réforme des mathématiques modernes de 1970, Michel Delord notamment, ont surtout insisté sur les changements survenus à cette époque. Deux phénomènes ont principalement attiré leur attention. Le premier est que l'usage des signes d'opérations a été retardé : après 1970, seul le signe « + » était enseigné au CP, les signes « × » et « - » l'étaient en milieu de C E1 et aucun symbolisme n'était utilisé pour la division avant le CE2. Le second est qu'après 1970, on n'écrivait plus de « nombres concrets » au CP, il n'était plus recommandé que l'enseignant écrive au tableau des égalités telles que : « 4 pommes + 3 pommes = 7 pommes ; il n'était pas plus recommandé que les élèves les écrivent sur leur cahier.

J'accepte tout à fait que l'on critique mes positions mais à condition que ce soit <u>mes</u> positions et par une reconstruction *ad usum*. Or comme ici, même s'il ne me vise probablement pas à chacune de ses critiques, Rémi Brissiaud dit bien « Michel Delord notamment » et je vais donv répondre comme si la critique m'était adressée. Rémi Brissiaud explique donc que

Deux phénomènes ont principalement attiré leur attention :

- Le premier est que l'usage des signes d'opérations a été retardé : après 1970, seul le signe « + » était enseigné au CP, les signes « × » et «- » l'étaient en milieu de CE1 ...

<u>Je n'ai jamais écrit cela</u>. Rémi Brissiaud pense apparemment que, avant 70, on n'enseignait que « les signes des opérations » et que l'on n'enseignait pas « les opérations » au sens propre. C'est son avis, quoique à mon sens vraiment difficile à tenir même de son propre point de vue puisqu'il est obligé d'écrire dans cette perspective « seul le *signe* + était enseigné au CP »; or si cette affirmation a un sens (Que veut dire « enseigner le signe » ?), je pense qu'elle est fausse car elle sous-entend que l'enseignement de l'addition en CP était réduite à l'enseignement de son signe. Une fois de plus, il n'agit pas d'une question d'écriture et de d'écriture de signe mais « d'introduction des 4 op en CP ».

- «Le second est qu'après 1970, on n'écrivait plus de « nombres concrets » au CP, il n'était plus recommandé que l'enseignant écrive au tableau des égalités telles que:« 4 pommes + 3 pommes = 7 pommes ; il n'était pas plus recommandé que les élèves les écrivent sur leur cahier. ».

Sur le fond : encore une fois, ma critique ne porte pas sur un point de vue étroit sur l'<u>écriture</u> des nombres concrets mais sur le concept même de nombre concret et d'opération sur les nombres concrets. De plus sur la forme Rémi Brissiaud fait la part belle aux théoriciens des maths modernes : ce n'est pas « <u>qu'il n'était plus recommandé</u> que l'enseignant d'écrire sur le tableau et à l'élève sur le cahier *4 pommes + 3 pommes = 7 pommes »* mais c'est parce que <u>c'était interdit</u>, car c'était considéré explicitement comme faisant partie des choses « inutiles ou nocives ». Or si une connaissance est ainsi qualifiée dans des textes officiels, il n'est pas plus recommandé maintenant que ça l'était à l'époque de l'enseigner.

iv) Rémi Brissiaud:

L'étude de la DEPP montre que ces changements [i.e. la reforme des maths modernes, MD] ne se sont pas traduits par une dégradation des performances. Cela s'explique : l'arithmétique scolaire, surtout dans les petites classes, est souvent une arithmétique orale et, bien évidemment, on a continué dans les classes à résoudre des problèmes d'addition itérée de la

même quantité, mais sans parler de multiplication; on a continué à proposer des problèmes de partage ou de groupement, mais sans parler de division <u>et l'on a continué à dire dans la classe que</u>: « 4 pommes plus 3 pommes égalent 7 pommes », même si on écrivait seulement l'égalité sans les unités.

Il est tout à fait possible – et même probable – que, dans un certain nombre de classes « on a continué à <u>dire</u> que 4 pommes plus 3 pommes égalent 7 pommes » puisque, <u>dans certaines classes</u>, il est toujours tout à fait possible de rencontrer le contraire de ce que l'on rencontre dans d'autres classes. Mais la question n'est pas là fondamentalement parce qu'il ya deux questions différentes qu'il ne faut pas confondre. Première question : <u>Y-a-t-il eu l'enseignement d'un certain sujet dans un certain nombre de classes</u>? D'autre part : <u>Les textes officiels</u>, et les justificateurs de la réforme et les corps d'inspections l'encourageaient-ils ?

On a des réponses à la deuxième question : le BO de 70 ne parle pas en terme « d'interdiction de l'écriture des unités dans les opérations », — il n'existe à l'époque aucun texte des réformateurs expliquant qu'ils limitent leurs demandes à ce qui est écrit —, il dit explicitement

Les <u>phrases</u> telles que : 8 pommes + 7 pommes = 15 pommes. n'appartiennent en fait, ni au langage mathématique, ni au langage usuel.

Faire dire à cette citation que <u>phrases</u> et les deux occurrences de <u>langage</u> ne font pas référence à l'oral est tout à fait tirer le texte par les cheveux. D'autre part, s'il existe des textes de l'APMEP et des textes officiels qui donnent des conseils sur la lecture des égalités, des opérations, etc. mais on ne trouve, à ma connaissance aucun document écrit recommandant d'employer les unités dans les opérations orales et expliquant comment elle doit s'effectuer.

Je veux donc dire que s'il a peut-être – et même probablement – existé des classes dans lesquelles « l'on a continué à dire dans la classe que : « 4 pommes plus 3 pommes égalent 7 pommes », même si on écrivait seulement l'égalité sans les unités »

- on n'a, à ma connaissance, aucune trace écrite³⁹ provenant de manuels, de livres du maitre, de l'inspection ou de conseillers pédagogiques datant de l'époque tendant à confirmer l'existence, l'approbation et la promotion de ce que décrit Rémi Brissiaud.
- dans le cas où l'on pourrait exhiber des preuves de l'existence de la démarche décrite par Rémi Brissiaud dans des classes, il serait utile de savoir si cela était fait en présence où « au vu et au su » de conseillers pédagogiques, d'inspecteurs et quelles étaient leurs avis sur ces pratiques
- de toutes les façons cela ne donne aucun argument en faveur <u>des intentions des promoteurs des maths</u> modernes qui sont favorables à la suppression de tout ce qui peut rappeler la notion de nombres concrets et <u>celle d'opérations sur les grandeurs.</u>

v) Rémi Brissiaud:

Dans le livre du maître que Michel Delord cite dans son texte, je dis explicitement que cela revient à faire pratiquer aux élèves ce qu'il appelle une « analyse dimensionnelle ». La seule différence entre cette pratique pédagogique et l'usage ancien des « nombres concrets » est que l'analyse dimensionnelle se fait alors de manière orale.

Je suis désolé mais

- je ne trouve pas le passage du livre de Rémi Brissiaud auquel il fait référence lorsqu'il écrit « je dis explicitement que cela revient à faire pratiquer aux élèves ce qu'il appelle une 'analyse dimensionnelle' ».
- je ne comprends pas ce que veut <u>exactement</u> dire et l'exactitude en ce domaine fort discuté est indispensable : La seule différence entre cette pratique pédagogique et l'usage ancien des « nombres concrets » est que l'analyse dimensionnelle se fait alors de manière orale. Cette dernière incompréhension de ma part n'est pas fondamentalement étonnante puisqu'elle dépend de ma non-compréhension du premier point.

e) Deuxième retour sur les opérations sur mes grandeurs :

³⁹ Trace écrite ou preuve dans l'enregistrement de cours comme ceux que proposaient dès 1963 la RTS (Radio Télévision Scolaire).

i) Précisions supplémentaires sur l'importance du calcul sur les grandeurs

On sait donc ce que les réformateurs considéraient comme fondamental dans les changements qu'ils proposaient. Or si l'on observe de plus ce que signifie cette recommandation telle qu'expliquée dans ce même texte, on s'aperçoit que cette position signifie quasiment explicitement plusieurs choses non indépendantes

- -l'interdiction d'employer des écritures et des raisonnements, formes élémentaires d'analyse dimensionnelles, qui sont le principal soutien dans la compréhension des « problèmes d'arithmétiques ».
- un enseignement des mathématiques séparé de celui de la physique
- l'interdiction d'enseigner et d'utiliser les normes d'écriture internationale, c'est-à-dire les règles édictées par le BIPM, *Bureau International des Poids et Mesure*, organisme qui, à la suite de la décision initiale française d'utiliser le *système décimal* sous l'impulsion initiale de Gaspard Monge, a depuis 1875 « pour mission d'assurer l'uniformité mondiale des mesures et leur traçabilité au Système International d'unités (SI) ». Sa règle de base pour l'écriture des grandeurs telle qu'elle est exprimée depuis toujours et jusque dans ses derniers textes est la suivante

Une grandeur s'exprime, comme il est indiqué à l'article 6, par le produit d'un nombre (valeur numérique) et d'une unité^{xxxiv}

Cette définition s'appuie de plus explicitement sur celle de James Clerck Maxwell :

L'expression d'une grandeur est le produit de deux facteurs dont l'un, qui est une grandeur de même nature prise comme repère, s'appelle son unité, et dont l'autre, qui est le nombre de fois que l'unité est contenue dans la grandeur, s'appelle sa valeur numérique

James Clerck Maxwel, A treatise on electricity and magnetism, Oxford, 1873, page 1.

En bref ce sont les normes que suivent, dans le monde entier, tous les physiciens, chimistes, électroniciens, électriciens, thermodynamiciens, hydrauliciens, mécaniciens, astronomes, géologues, tous les ingénieurs de toutes les spécialités En bref, tous les gens sur terre qui font des calculs et utilisent des unités faisant partie du SI, ce qui n'est pas rien.

Autrement dit la centralité de l'opposition à l'enseignement des grandeurs et du calcul sur les grandeurs présente dans la réforme des maths modernes et les formes de cette opposition, suffisent à montrer que cette reforme ne peut être considérée "comme globalement positive avec quelques excès d'abstraction" mais comme une véritable régression fondamentalement négative.

ii) Le BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) et les « nombres concrets »

Voici des citations un peu plus complètes sur la définition de la grandeur retenue depuis plus d'un siècle par le BIPM, citations prises dans un résumé fait par le BIPM de la *Brochure sur le SI*^{xxxv}, publication officielle du BIPM cons cernant le SI [Ce qui est souligné l'est par moi, MD]:

Les sept grandeurs de base correspondant aux sept unités de base sont la longueur, la masse, le temps, le courant électrique, la température thermodynamique, la quantité de matière, et l'intensité lumineuse.

1

Toutes les autres grandeurs sont des grandeurs dérivées et sont exprimées au moyen d'unités dérivées, définies comme étant des produits de puissances des unités de base.

Par exemple:

- la grandeur dérivée *superficie* de symbole A correspond à l'unité dérivée *mètre carré* de symbole m²
- la grandeur dérivée vitesse de symbole v correspond à l'unité dérivée mètre par seconde de symbole m/s

 $[\dots]$

Les grandeurs sans dimension, ou grandeurs de dimension un, sont généralement définies comme le rapport de deux grandeurs de même nature (par exemple, l'indice de réfraction est le rapport de deux vitesses, et la perméabilité relative est le rapport entre la perméabilité d'un milieu diélectrique et celle du vide). L'unité SI des grandeurs sans dimension est le rapport de deux unités SI identiques ; elle est toujours égale à un. Toutefois lorsqu'on exprime la valeur des grandeurs sans dimension, l'unité « un », 1, n'est pas mentionnée explicitement.

[...]

Le langage des sciences : utilisation du SI pour exprimer les valeurs des grandeurs

La valeur d'une grandeur s'exprime comme le produit d'un nombre par une unité ; le nombre qui multiplie l'unité est la valeur numérique de la grandeur exprimée au moyen de cette unité. On laisse toujours un espace entre le nombre et l'unité. Pour les grandeurs sans dimension, dont l'unité est le nombre un, l'unité « un » n'est pas mentionnée explicitement. La valeur numérique d'une grandeur particulière dépend du choix de l'unité et est donc différente selon l'unité choisie, comme le montrent les exemples ci-dessous :

La vitesse d'une bicyclette est d'environ

v = 5.0 m/s = 18 km/h.

La longueur d'onde de l'une des raies jaunes du sodium est égale à $\lambda = 5,896 \times 10^{-7} \text{ m} = 589,6 \text{ nm}^{xxxvi}$

[...]

Les symboles des unités sont imprimés en caractères romains (droits), quelle que soit la police employée dans le texte où ils figurent. Ce sont des entités mathématiques et pas des abréviations.

[...]

Lorsque l'on exprime la valeur d'une grandeur comme le produit d'un nombre et d'une unité, le nombre et l'unité suivent les règles classiques de l'algèbre. Par exemple, l'équation T = 293 K peut aussi s'écrire T/K = 293. Une telle démarche correspond à l'utilisation du calcul formel.

[...]

<u>Les règles classiques de l'algèbre s'appliquent pour former les produits et quotients d'unités.</u> La multiplication doit être indiquée par un espace ou un point à mi-hauteur centré. L'espace est important car, par exemple, m s désigne le produit d'un mètre par une seconde, mais ms désigne une milliseconde.

Revenons pour plus de précisions sur les « grandeurs sans dimension » à la *Brochure sur le SI* signalée plus haut. J'en conseille au moins la lecture des premières pages pour comprendre ce que sont les grandeurs, les dimensions, les sept unités de base et les unités dérivées. Mais je pense surtout que tout enseignant du primaire et tout prof de maths devrait l'avoir lu puisqu'elle répond à la grande majorité des questions — très souvent posées explicitement par ces enseignants — questions portant sur l'écriture des calculs. Elle apporte en effet des réponses qui garantissent, ce qui n'est pas rien mais dont aucun document officiel ne se préoccupe depuis 1970, que leur respect permet de comprendre et d'être compris en tous lieux car elles ne dépendent pas de l'incompétence d'un comité écrivant les programmes, des goûts d'un inspecteur ou d'un formateur :

Unités des grandeurs sans dimension, aussi désignées grandeurs de dimension un

Certaines grandeurs sont définies par le rapport de deux grandeurs de même nature ; elles sont donc sans dimension, ou leur dimension peut être exprimée par le nombre un. L'unité SI cohérente de toutes les grandeurs sans dimension, ou grandeurs de dimension un, est le nombre un, parce que l'unité est le rapport de deux unités SI identiques. La valeur de ces grandeurs est exprimée par des nombres, et l'unité « un » n'est pas mentionnée explicitement. On peut citer, comme exemple de telles grandeurs, l'indice de réfraction, la perméabilité relative ou le coefficient de frottement. D'autres grandeurs sont définies comme un produit assez complexe et sans dimension de grandeurs habituelles. [...] Dans tous ces cas, l'unité peut être considérée comme étant le nombre un, unité dérivée sans dimension.

Comparons maintenant cette position du BIPM aux positions en cours à l'époque de Ferdinand Buisson grâce à deux textes dont le premier au moins est un texte de référence :

1^{er} texte : l'article *Numération* tiré de la première édition du Dictionnaire Pédagogique

NUMÉRATION - Arithmétique, I-III. - Étym. : du latin numeratio, action de compter.

Nombre ; unité. - Qu'un enfant interrogé au tableau soit invité par le maître à dire combien d'élèves sont assis à la table qui est devant lui ; il compte et répond qu'il y en a six, par exemple : le terme six est un nombre, et l'élève est l'unité. Qu'on lui demande ensuite d'indiquer la longueur de la table ; il porte le mètre d'un bout de la table à l'autre, et il trouve qu'il y est contenu quatre fois par exemple, il est dit que la table a une longueur de quatre mètres ; ici le terme quatre est un nombre et le mètre est l'unité.

D'après ces exemples (qu'on fera bien de multiplier) on voit que mesurer une quantité quelconque, c'est chercher combien de fois elle contient une certaine quantité de même espèce, connue ou adoptée par l'usage.

Cette quantité connue, qui sert à évaluer les quantités de même espèce, est appelée unité.

On appelle nombre l'expression qui indique combien il y a d'unités dans la quantité mesurée.

[...]

Nombre abstrait ; nombre concret. - Un nombre, soit entier, soit fractionnaire, n'est pas toujours accompagné du nom de l'unité, comme quand on dit par exemple : un, deux, trois, ou bien une demie, deux tiers, trois quarts, etc., sans avoir en vue une espèce d'unité plutôt qu'une autre. Dans ce cas, le nombre est abstrait, c'est-à-dire séparé de la quantité à laquelle il se rapportait. Par opposition, le nombre qui est accompagné du nom de l'unité est appelé nombre concret (du latin concretus, épais, solide); par exemple trois francs, cinq sixièmes de mètre.

2^{ème} texte : un extrait de la première leçon du manuel Cours moyen de *Brouet et Haudricourt frères* de 1907, leçon appelée *Arithmétique*, *notions préliminaires* :

3. - Un nombre est le résultat obtenu en comparant une quantité à son unité.

Il est concret s'il désigne l'espèce d'unité, comme 12 litres; il est abstrait s'il ne désigne pas l'espèce d'unité, comme 12.

On voit donc que les notions de nombres concrets et de nombres abstraits recouvrent en gros les notions de grandeur et de valeur numérique d'une grandeur⁴⁰. En effet

- le *nombre concret* du DP "8 m" est exactement ce que le BIPM appelle, « une grandeur » ou « l'expression d'une grandeur »
- le nombre abstrait " 8 " du DP est bien à la fois
 - <u>lorsqu'on considère le nombre abstrait comme partie de l'écriture d'une grandeur dimensionnée</u>, la « valeur numérique de la grandeur » exprimée dans l'unité choisie: le nombre 8 est un facteur de l'écriture produit "8 m".
 - <u>lorsque l'on considère le nombre abstrait en lui-même</u>, l'expression d'une grandeur sans dimension dont « *l'unité " un " n'est pas mentionnée explicitement* »: " 8 " est bien « l'écriture de 8 *fois 1* ou 8 *fois un* lorsque "un" n'est pas mentionné ». 41

Je ne vais volontairement pas plus loin dans mes démonstrations non que je manque d'arguments et en particulier d'arguments historiques mais je pense que ce qui est déjà dit permet au moins d'éclairer différemment les réformes depuis les années 1970. J'ajoute simplement que dans le débat que j'ai eu sur ce sujet sur le forum Enseignants du primaire et qui est reproduit sur le fil « Unités et nombres » xxxvii, plusieurs questions abordées sont intéressantes et en particulier ce que le formateur ESPE qui signe Vieux matheux dit sur le BIPM. Lorsqu'il dit

J'ai lu attentivement un certain nombre des messages de ce sujet, je m'étonne, cher Michel Delbord de votre utilisation de la référence au bureau international des poids et mesures.

Que cet organisme soit une référence dans son domaine est indiscutable, mais quand il s'agit de pédagogie ou de didactique, on ne peut sans doute pas transférer ses avis sans précaution. Je perçois vos références comme un pur argument d'autorité. On pourrait lui opposer un autre argument d'autorité en listant les savants mathématiciens qui ont défini le produit comme une loi de composition interne dans tel ou tel ensemble, possédant telle ou telle propriété, ça ne serait guère productif.

Il me semble en fait que vous commettez la même erreur que les tenants de la réforme de 1970 sur les mathématiques modernes, vous voulez introduire à tout prix dans l'enseignement une conception savante dont il n'est pas prouvé qu'elle soit plus porteuse de sens pour les élèves que celles qui ont cours actuellement.

il me semble – outre ce que je réponds sur le forum –

- que tout le monde devrait réfléchir au type de raisonnement tenu par Vieux Matheux : il est assez puissant puisqu'il trouve un moyen obligatoirement à un moment sophistique pour en venir à dire que l'on peut mettre sur le même plan des positions antagoniques, c'est-à-dire en bref celle des maths modernes qui a consisté à séparer les maths de la physique et à refuser les notations unificatrices du BIPM et celle que je défends qui consiste au contraire à montrer l'importance du rapport maths/physique et à montrer l'utilité du BIPM. Si je me penche sur ce type de raisonnement, c'est qu'il ne vient pas là par hasard et reproduit ce qui est la trame fondamentale de la fausse critique des maths modernes faite par ceux qui vont être les didacticiens : ne pas considérer que la question centrale de cette réforme est la question des contenus d'enseignement recommandés et au contraire se focaliser sur des questions de méthode.
- qu'il se dit choqué par le fait de se référer au BIPM, ce qu'il considère comme « un pur argument d'autorité ». Mais s'il craint « les purs arguments d'autorité » venant de ma part alors que j'argumente ma position sur la nécessité de la référence au BIPM, pourquoi ne dénonce-t-il pas d'abord le véritable argument d'autorité des réformateurs des maths modernes qui ont supprimé sans aucune justification la référence

⁴⁰ Même si ces deux types de notion ne se confondent pas, l'introduction des nombres abstraits et des nombres concrets en primaire est *au moins* une excellente préparation à l'introduction ultérieure d'une théorie complète de l'analyse dimensionnelle au sens propre.

⁴¹ Ceci n'est pas sans rapport avec ce que j'ai eu l'occasion d'expliquer plusieurs fois, c'est-à-dire que *un* à une double nature puisqu'il est simultanément le premier nombre et l'unité. Cf. le point 8 [UnitésNombres] de la bibliographie *supra*.

explicite, argumentée et appuyée au BIPM présente dans les IO de 1945⁴² et précisée dans la Circulaire du 13 aout 1952, *circulaire placée en évidence au début des IO*⁴³ :

ÉCRITURE DES NOMBRES - INDICATION DES UNITÉS

Le décret du 28 février 1948 et la loi du 14 juillet 1948 ont donné un caractère obligatoire à l'emploi des nouvelles indications d'écriture des nombres et des unités fixées par l'Association Française de Normalisation (A. F. NOR) et la 9^e Conférence générale des Poids et Mesures.

Ces nouvelles dispositions sont entrées dans la pratique des métiers. Parallèlement, cette réforme a été appliquée dans les enseignements supérieur, technique et du second degré. Par contre, et sans doute à cause de l'imprécision des instructions officielles très peu d'élèves de l'enseignement du 1^{er} degré en ont été informés.

L'emploi des notations normalisées apparaît cependant essentiel dés l'École Primaire.

- son caractère légal est le même pour tous;
- une notation erronée constitue une véritable faute d'orthographe et même un grave contre-sens (m/m indique une pente et non une longueur ; les signes ' et " indiquent des angles et non des temps);
- on doit éviter de donner aux enfants destinés à continuer leurs études (collège, lycée, école nationale, centre d'apprentissage) l'habitude de commettre ces fautes : ce serait en effet les obliger par la suite à un travail pénible et décourageant pour perdre une mauvaise habitude et en acquérir une bonne.

PRINCIPES DE L'ÉCRITURE DES NOMBRES DES UNITÉS ET DES GRANDEURS

A. - ÉCRITURE des NOMBRES

1° Séparation des nombres en tranches

[...]

2° Symboles de la division des nombres

[...

B. - FORMATION DES SYMBOLES D'UNITÉS

1° Écriture des symboles des unités simples

[...]

2° Formation du symbole des unités composées

[...]

C. - PLACE DES SYMBOLES D'UNITÉS

[...]

iii) Sur l'avenir de l'enseignement des opérations sur les grandeurs

Il n'y a plus dans les textes officiels actuels de refus systématique d'enseignement des grandeurs et des opérations sur celles-ci. Mais la forme dans laquelle se fait cette autorisation, ou ce non-refus, interdit, pour plusieurs raisons, un enseignement satisfaisant de ces notions. Il serait extrêmement utile de faire une analyse précise de l'histoire du degré de reconnaissance officielle de la nécessité de l'enseignement du calcul sur les grandeurs depuis 1970 jusqu'à maintenant et une analyse de la forme que prend cette reconnaissance telle qu'elle se manifeste dans les programmes, les manuels et les formations dans les ESPE. Mais ce travail est un travail d'ampleur que je ne ferai pas aujourd'hui.

 $^{^{42}\,}L.\,\,Leterrier,\,Enseignement\,du\,premier\,degr\'e\,\,,\,Programmes,\,Instructions,\,R\'epartitions\,mensuelles\,et\,hebdomadaires\,\,,\,Librairie\,Hachette,\,1956.$

⁴³ Programme, Instructions Officielles de 1945, http://micheldelord.info/iocalc45.pdf, pages 6 à 9.

II) Blackout sur Ferdinand Buisson et la méthode intuitive»: Rémi Brissiaud n'est pas seul.

Remarquons d'abord la relativité de ma critique de Rémi Brissiaud. S'il met un *temps certain* à citer *UN* extrait de 4 lignes de Buisson sur le calcul sans en donner la référence, il fait référence, même si c'est de manière peu satisfaisante, à Ferdinand Buisson. *Or comme on va le voir ce n'est pas le cas de tout le monde et, qui plus est, ce n'est probablement pas un hasard.*

A) LES RÉFÉRENCES À L'ARTICLE CALCUL INTUITIF DE FERDINAND BUISSON

Tout le monde admettra sans discussion, je suppose, que, comme le disait Rémi Brissiaud qui pourtant ne le cite guère, Ferdinand Buisson « éditeur et co-auteur d'un célèbre Dictionnaire Pédagogique était le pédagogue le plus influent lors de la création de l'école de la république » Personne ne niera non plus, que sa contribution essentielle est la défense de la méthode intuitive et que, notamment en ce sens, sa contribution essentielle sur le calcul est son article « Calcul intuitif », texte d'autant plus important que c'est à partir de cette date que les quatre opérations seront introduites dès le CP et que cette mesure perdurera jusqu'en 1970. Autrement dit, avec l'article Calcul intuitif, nous avons la contribution centrale du pédagogue le plus influent de son époque sur la question du calcul.

On peut donc essayer de voir ce qu'en disent actuellement les pédagogues, les scientifiques de l'éducation, les didacticiens des mathématiques et les spécialistes de Buisson.

La réponse est claire : <u>à part Rémi Brissiaud qui en cite un extrait sans en citer le titre, personne parmi les références universitaires dont ce serait la compétence non seulement ne cite quelque extrait que ce soit de l'article « Calcul intuitif » mais qui plus est, personne ne mentionne son existence.</u>

L'exemple cardinal en est le livre de référence sur la question des savoirs dans le *Dictionnaire pédagogique*, je veux dire « *L'école républicaine et la question des savoirs : Enquête au cœur du Dictionnaire de pédagogie de Ferdinand Buisson* » paru en 2003. Écrit sous la direction des références universitaires que sont Daniel Denis et Pierre Kahn, il ne mentionne pas cet article pourtant fondamental et les deux seules auteurs qui écrivent sur les mathématiques dans ce volume, Teresa Assude et Hélène Gispert n'en parlent pas non plus dans leur article « *Les mathématiques et le recours à la pratique* » (pages 175 à 195), alors que justement un sujet tel que la part intuitive du calcul y aurait été tout à fait à sa place. Mais quoi qu'il en soit, que ce soit par ignorance de l'existence de ce texte, par volonté d'en dissimuler l'existence ou pour tout autre raison, au moins Teresa Assude, Daniel Denis, Hélène Gispert et Pierre Kahn n'ont pas jugé qu'il fût utile de mentionner l'existence de cet article. C'est leur point de vue.

Un autre exemple est la thèse de doctorat de Gilles Ubrich, réalisée sous la direction d'une autre autorité universitaire Jean Houssaye, thèse intitulée « La méthode intuitive de Ferdinand Buisson : histoire d'une méthode pédagogique oubliée » soutenue en 2011 et pour laquelle l'auteur remercie de plus « Monsieur le Professeur Pierre Kahn qui, très tôt, s'est intéressé à ma recherche [et dont les] remarques et conseils m'ont été précieux ». Là aussi, on ne trouve, sur 390 pages, aucune référence à l'article Calcul intuitif.

Un cas légèrement différent est celui de Renaud d'Enfert, qui a déjà participé à la rédaction du livre de 2003 de Daniel Denis et Pierre Kahn signalé *supra*. Différent car s'il ne mentionne pas plus l'article *Calcul intuitif*, il donne explicitement dès 2006^{xxxix} une vision historique qui permet d'expliquer la présence des quatre opérations en ignorant le texte de Buisson – ou en le cachant – , ce que ne faisaient pas les auteurs précédemment cités puisqu'ils ne mentionnaient pas la question des quatre opérations. Rémi Brissiaud s'empare immédiatement des arguments de Renaud d'Enfert le 19/06/2006 dans « Calcul et résolution de problèmes : le débat avance » xl :

Pourquoi peut-on dire que j'ai essayé d'y débattre en "héritier de la réforme de 1970" ? Pour répondre à cette question, il faut prendre un peu de recul historique et s'intéresser à l'évolution des programmes depuis 1a naissance de la Troisième République jusqu'à cette date (le lecteur pourra se reporter à l'excellent article de Renaud d'Enfert, 2006). Entre 1882 et 1970, les programmes de l'école primaire ont été modifiés principalement en 1923 et 1945. On ne peut pas rendre compte de ces

évolutions, sans considérer qu'au point de départ, il n'y a pas un, mais deux systèmes scolaires en France qui fonctionnent en parallèle dès les petites classes : un système court (appelé école primaire) et un système long (appelé école secondaire). Alors que les mots "primaire" et "secondaire" renvoient aujourd'hui au fonctionnement successif dans le temps d'un seul réseau d'enseignement, ils renvoyaient à l'époque aux fonctionnements en parallèle de deux réseaux aux finalités et aux contenus d'enseignement très différents.

Renaud d'Enfert nous dit ainsi que l'enseignement primaire est un enseignement court et pratique, voire "utilitaire" alors que l'enseignement secondaire est un enseignement long, théorique et "désintéressé". Les programmes de 1945 et le fait qu'on enseigne les 4 opérations dès le CP trouvent leur origine dans les programmes de 1882 pour l'école primaire : comme le temps d'enseignement est court (la "scolarité obligatoire" s'arrête alors à 13 ans), pour être sûr que les élèves sortent de l'école avec les savoirs pratiques appropriés, il convient de les enseigner d'emblée et de répéter cet enseignement tous les ans, tout en l'approfondissant (c'est la fameuse "méthode concentrique"). Cette méthode sera officiellement abandonnée en 1923, notamment parce qu'elle instaure l'ennui en classe. Cependant, comme l'enseignement des 4 opérations dès le CP, lui, perdurera jusqu'en 1970, il n'y aura pas, avant cette date, de franche rupture avec la méthode concentrique.

J'avais déjà donné quelques éléments de réponse en 2006 dans le texte *Apprendre les quatre opérations dès le CP ? Réponse à Rémi Brissiaud, Deuxième partie 1 : Débattre en héritiers de 70 ?* **li, texte auquel à ma connaissance, Rémi Brissiaud n'avait rien répondu. Cette non-réponse ainsi que le caractère récurrent depuis 50 ans des divers arguments repris par Renaud d'Enfert / Rémi Brissiaud, arguments faux à mon sens mais importants car traitant de questions fondamentales, nécessitent des réponses approfondies que je n'apporterai pas ici mais que j'essaierai de rédiger le plus tôt possible.

Bornons-nous à deux remarques simples. La première est qu'il n'existe, à ma connaissance, aucun texte liant explicitement la "méthode concentrique" et la présence des quatre opérations en CP. Remarquons simplement que la problématique de Rémi Brissiaud / Renaud d'Enfert – en bref mais je peux préciser si nécessaire pour éviter toute fausse interprétation – consiste à affirmer que la présence des « quatre opérations au CP » est une conséquence exclusive de « l'enseignement concentrique » caractérisant un « enseignement court et pratique, voire "utilitaire" ». Si cette problématique était vraie, on ne devrait pas retrouver cette simultanéité de l'enseignement du calcul et de la numération dans les débuts du « système long », c'est-à-dire le début des « petites classes des lycées ». Or il n'en est rien et encore plus à partir de 1925 date à laquelle les programmes des petites classes du lycée s'alignent sur celles du primaire. En langage Brissiaud / d'Enfert, cela signifierait donc que depuis 1925, le début du « système long théorique et "désintéressé" » s'est aligné sur le début « du système d'enseignement court et pratique, voire "utilitaire" », conclusion nouvelle et étonnante s'il en est qui sous-entend d'une manière ou d'une autre la valorisation du système long par rapport au système court [Sur cette question, voir Digression I sur C.-A. Laisant].

Comme Renaud d'Enfert et Rémi Brissiaud partent de l'hypothèse que les 4 opérations en CP sont une conséquence exclusive de l'enseignement concentrique et n'ont pas d'autres justifications, ils aboutissent à des conclusions hasardeuses et sont obligés d'expliquer que, bien que « cette méthode soit officiellement abandonnée en 1923 », les 4 op en CP persistent pendant une cinquantaine d'années ... alors qu'elles auraient dû disparaitre. Si l'on considère au contraire que l'enseignement des 4 op en CP vient entre autres de raisons purement pédagogiques (au sens de non sociologiques) qui ne se modifient donc pas fondamentalement, on n'a pas à construire un échafaudage boiteux pour constater qu'elles se maintiennent de 1923 jusqu'en 1970.

En 2007, Renaud d'Enfert⁴⁴ persiste et signe sur *Educmath*:

Sur l'enseignement « aussi précoce que possible » des quatre opérations

L'institution d'un apprentissage précoce et simultané des quatre opérations trouve son origine dans l'organisation de l'enseignement primaire public qui constitue alors « l'école du peuple » des premières années de la Troisième République. Il s'agit d'enseigner à tous les élèves les connaissances nécessaires pour entrer dans la vie active, tout en tenant compte de la brièveté des scolarités (vers 1935 encore, moins de 20% d'une classe d'âge accède à un enseignement post-élémentaire). Aussi l'enseignement est-il organisé selon un système dit « concentrique », de telle sorte que, quel que soit le temps passé à

⁴⁴ Renaud d'Enfert est également l'auteur d'un ouvrage de référence qui recense les textes importants sur l'enseignement en France. Il s'agit de *Une histoire de l'école. Anthologie de l'éducation et de l'enseignement en France, XVIIIe-XXe siècles*, sous la direction de F. Jacquet-Francillon, R. d'Enfert et L. Loeffel, Paris, Retz, 2010 qui, en 2010, ne mentionne toujours pas le texte « Calcul intuitif ».

l'école, les élèves aient étudié, certes de façon plus ou moins complète, l'ensemble des notions inscrites au programme. Ce système conduit à mener de front l'apprentissage de notions mathématiques qui autrefois se succédaient, et donc à rendre certains apprentissages plus précoces. C'est ainsi que l'étude de la division est déplacée vers l'amont de la scolarité, et que les quatre opérations sont inscrites non seulement au programme des cours élémentaire, moyen et supérieur, mais aussi à celui de la classe enfantine qui accueille les enfants de 5 à 7 ans et de son équivalent à l'école maternelle (arrêtés des 27 et 28 juillet 1882).

Instituée en 1882, cette disposition des programmes fut prorogée en 1923 (le cours préparatoire est alors substitué à la classe enfantine), puis en 1945 modulo quelques aménagements (multiplication et division par 2 et 5, plutôt que par 2, 3, 4). Elle est restée en vigueur jusqu'en 1970, date à laquelle un nouveau programme, de « mathématiques » cette fois, est publié dans le cadre de la réforme dite des « mathématiques modernes ». En proposant un apprentissage plus gradué des quatre opérations, le programme de 1970 rompt avec la logique de l'enseignement concentrique : au cours préparatoire, l'apprentissage arithmétique ne dépasse pas la comparaison et l'addition de deux nombres entiers. C'est que, avec la scolarité obligatoire repoussée à 16 ans et la démocratisation croissante de l'accès à l'enseignement du second degré, il devient possible, en les étalant dans le temps, de proposer des apprentissages mieux adaptés aux différentes étapes du développement de l'enfant, voire de reporter l'enseignement de certaines connaissances aux classes du premier cycle du second degré. Au-delà des considérations d'ordre psychopédagogique, ce mouvement de report vers l'aval de certains apprentissages apparaît comme une conséquence du changement de fonction de l'école primaire élémentaire, laquelle ne constitue plus essentiellement un enseignement terminal, mais débouche sur le collège. xlii

Obligé de parler explicitement des 4 opérations en CP, Renaud d'Enfert ne donne aucune justification de type « pédagogique/disciplinaire » qui perdurerait de 1880 à maintenant quels que soient le type de programmes - concentriques ou non -, le type d'enseignement, les conditions sociologiques, etc. Or l'argument central de Grube/Ferdinand Buisson ne dépend pas de ces conditions et n'a donc aucune raison de disparaitre si ces conditions non disciplinaires se modifient puisque si l'on considère, par exemple et pour aller vite, que comprendre c'est prendre ensemble, la compréhension d'un nombre n'est pas indépendante des relations qu'il entretient avec les autres nombres, ces relations étant essentiellement les quatre opérations : ceci n'a au niveau du principe et probablement pour plus que le principe – changé en rien de 1870 à 1970 et de 1970 à maintenant. Au contraire Renaud d'Enfert donne des arguments favorables à la suppression de leur enseignement en CP, suppression qu'il présente comme un progrès en reproduisant essentiellement comme de bien entendu les arguments des promoteurs des maths modernes, puisque l'abondance de publications fait qu'il est presque aussi difficile actuellement de trouver des nouveaux faux arguments que des vrais. Remarquons la manœuvre théorique: comme il ne mentionne aucune raison pédagogique justifiant l'existence des 4 op en CP, il peut, au nom de l'abandon de la méthode concentrique présenter non négativement le fait que dans le programme de 70 « au cours préparatoire, l'apprentissage arithmétique ne dépasse pas la comparaison et l'addition de deux nombres entiers ». Et il donne une raison : « Avec la scolarité obligatoire repoussée à 16 ans et la démocratisation croissante de l'accès à l'enseignement du second degré, il devient possible, en les étalant dans le temps, de proposer des apprentissages mieux adaptés aux différentes étapes du développement de l'enfant, voire de reporter l'enseignement de certaines connaissances aux classes du premier cycle du second degré ». Mais la seule question qui se pose justement de savoir pourquoi, pédagogiquement et disciplinairement, « il devient possible ».

Et le couronnement du raisonnement vient avec le « Au-delà des considérations d'ordre psychopédagogique » qui est d'autant plus savoureux que les considérations d'ordre pédagogiques et disciplinaires – et en particulier les arguments employés dans le texte Calcul Intuitif – n'ont justement pas été abordés...

Si je me suis étendu sur ce raisonnement c'est qu'il n'est pas isolé dans la conception des progressions depuis les maths modernes. En effet à partir du moment où celles-ci introduisent *quoi que ce soit d'une vision axiomatique* au début de l'enseignement⁴⁵, c'est-à-dire introduisent de manière explicite au début de l'enseignement des éléments soient disciplinaires soient méthodologiques qui ne sont compréhensibles qu'à

⁴⁵ Et rappelons-le une fois de plus, c'est bien la position de l'APMEP dans la Charte de Chambéry de janvier 1968 qui défendant bien évidemment les maths modernes explicite ce qu'ils désignent sous ce nom : « ce qu'on appelle un peu vite la mathématique moderne, ce qu'il conviendrait mieux d'appeler la conception constructive, axiomatique, structurelle des mathématiques ». http://micheldelord.info/chambery.html

un niveau universitaire⁴⁶, on prépare par avance la justification complète d'une possibilité – beaucoup moins contraignante au point de vue disciplinaire !! –, <u>la possibilité d'enseigner n'importe quoi à n'importe quel niveau</u> notamment au nom de raisons extra-disciplinaires qu'elles soient économiques, sociologiques, gestionnaires, psychologiques, proposition qui en entraine quasiment nécessairement une autre à terme : il n'existe aucun sujet dont l'enseignement suppose la connaissance obligatoire de pré-requis⁴⁷.

Un des premiers exemples de cette conception des progressions est ce que proposait, lors du séminaire de Royaumont en 1959, le *Bureau du Personnel Scientifique et Technique* de l'OECE, ancien nom de l'OCDE jusqu'en 1963 qui a beaucoup milité depuis le début des années 1950 pour les mathématiques modernes. Même si ce que propose l'OECE en 1959 est très « prudent » par rapport à ce qui sera proposé plus tard, on a quand même la préparation d'un schéma de pensée sur lequel il n'est pas inutile de se pencher. L'OCDE soutient donc les maths modernes depuis un certain temps mais en 1957 l'URSS lance le premier spoutnik et les maths modernes apparaissent à beaucoup [... de technocrates ?] comme la solution pour rattraper le niveau scientifique de l'URSS, ce qui augmente l'urgence de cette solution. Et si l'on pouvait se douter, au vu de son nom, que l'OECE-OCDE entretenait des objectifs économiques et traitaient les réformes éducatives pour qu'elles les satisfassent et non pas avec des objectifs « purement disciplinaires » 48, l'urgence de la formation de nouvelles générations d'élèves entraîne l'OECE et les mathématiciens présents à cette réunion à tenir le raisonnement suivant :

« Puisque nous sommes à un point de non retour et qu'il est impossible de rallonger le nombre d'années consacrées à l'étude des mathématiques, on se heurte à un blocage. La seule solution serait que l'enseignement secondaire prenne en charge une partie du fardeau dont se charge actuellement l'université, en supposant que cet enseignement soit compatible avec les capacités intellectuelles des élèves du secondaire »

Texte original:

This meeting, the Royaumont Seminar, took place in the autumn of 1959 in France. Together with an associated survey of current practice, it had been conceived within the OEEC earlier in 1959 for 'the purpose of improving mathematics education' for 'university-capable' pupils...

Since there is no turning back, nor hope of lengthening the years of study devoted to mathematics, there is a 'squeeze' in the course of this study. The only solution is for the secondary school to take on some of the burden now resting on the university, perhaps as much as is compatible with the intellectual ability of secondary school pupils.

Barry Cooper, Renegotiating secondary school mathematics: A study of curriculum. Change and stability, Falmer Press, 1985.

Par rapport à ce qui sera avancé ultérieurement – c'est-à-dire au moment de la réforme des maths modernes au début des années 70 et encore plus au moment de la fausse critique de cette réforme – il y a encore ici certaines précautions oratoires mais on voit bien qu'il s'agit de précautions et que l'on a capitulé sur l'essentiel car si un ensemble cohérent de connaissances enseignées dans le supérieur pouvait être enseigné dans le secondaire et que « cet ensemble soit compatible avec les capacités intellectuelles des élèves du secondaire », ce ne peut être parce que l'on peut envisager un impossible chemin plus court mais parce qu'existerait dans les programmes du secondaire précédents tous les prérequis nécessaires pour comprendre cette question. Quoi qu'il en soit, il y a bien l'idée de passer une partie de programmes de l'université au lycée sans y voir plus de difficultés que si l'on déplace une caisse d'une pièce dans une autre.

On le voit donc, il y a une sérieuse continuité entre Pierre Kahn, Gilles Ubrich, Jean Houssaye, Renaud d'Enfert pour ne pas mentionner l'existence de ce texte pourtant fondamental de Ferdinand Buisson. Quelle que soit la raison de cette attitude, c'est la preuve d'une incompétence notoire pour des universitaires qui se prétendent historiens. Mais on peut se poser la question du pourquoi de cet oubli. S'agit-il d'une volonté consciente de dissimuler son existence puisqu'elle entre en contradiction sur des points fondamentaux avec

⁴⁶ Je n'oublie pas que cette démarche favorise le psittacisme, prépare à l'acceptation et au maniement d'une pensée réduite aux « éléments de langage » et a donc bien favorisé le recrutement d'une élite suivant ces normes. La question pour ceux qui essaient de se poser quelques questions n'étant pas de savoir si l'ascenseur social fonctionne mais sur quelles bases il accepte des passagers qu'il désire *faire monter* dans la hérarchie..

⁴⁷ Certains se posent même la question pour les mathématiques du niveau collège aux USA: Donal O'Shea and Harriet Pollatsek, *Do We Need Prerequisites?* Notice de l'AMS n°5, 1997 (http://www.ams.org/notices/199705/comm-holyoke.pdf).

⁴⁸ Voir la *Digression III – Michel Crozier: Quelques remarques de principe sur l'entreprise.*

la vision que le courant réformateur de 1970 donne de « l'école de jules Ferry » et des raisons de la réformer ? S'agit-il d'une ignorance de son existence et en ce cas, question beaucoup plus essentielle que la précédente, qu'est le *moteur* de cette ignorance ? Avant d'en traiter, n'oublions pas que

- Avant 2003, car c'est à cette date que je publie *Calcul intuitif* sur mon site, il faut pouvoir consulter la première édition du DP de Ferdinand Buisson pour y avoir accès. Mais apparemment ceux qui y ont accès et publient des études sur le sujet (Pierre Kahn par exemple) n'en parlent pas sans que l'on sache exactement si l'origine de cette non mention. On peut donc les créditer certainement du qualificatif de mauvais chercheurs mais on doit être plus prudent sur celui de faussaires
- Ce n'est pas parce qu'il est publié sur mon site et donc accessible qu'on va consulter l'article *Calcul intuitif* puisqu'on ne consulte un document que si l'on cherche un contenu précis et apparemment le *mainstream* pédagogique « ne cherche pas ce que l'on trouve sur mon site » et n'a donc aucune raison de le trouver. Et il est également possible, cette explication valant pour d'autres, que la lecture de l'article par Rémi Brissiaud qui, lui, l'a lu puisqu'il le cite –, soit filtrée par sa problématique au point d'en dissimuler *parce qu'il ne l'a réellement pas vu* le passage sur les quatre opérations
- La situation a changé en 2006 puisque en gros sous mon influence puisque j'ai été le premier à en parler et à en montrer l'importance le débat sur les quatre opérations en CP devient un débat public et médiatisé. A partir de ce moment-là au plus tard, il n'y a plus de « bonnes raisons » d'ignorer le texte de Buisson et sa non mention devient une volonté de dissimulation. Les contributions de Renaud d'Enfert à partir de 2006 et la thèse dirigée par Jean Houssaye en 2011 rentrent exactement dans ce cas de figure.

Poursuivre la lecture du texte ou Lire les Digressions I, II et III

Digression I – Charles-Ange Laisant : Système long et système court ?

Quasiment explicitement, Rémi Brissiaud et Renaud d'Enfert valorisent *supra* le « système long » par rapport au « système court » et ils semblent bien trouver absolument positive <u>l'idée</u> de l'alignement du curriculum du primaire sur celui du « système long ». Ils ne pensent manifestement pas que cette position ait à être interrogée tant elle fait partie de la banalité dominante et même quasi exclusive qui présente en autres l'allongement des études comme un progrès absolu. Une des raisons de cette faveur est qu'elle permet un bon fonctionnement de « l'ascenseur social »⁴⁹, apprécié tout autant dans tout l'éventail politique que par tous les Roux et Combaluzier que sont Jean-Paul Brighelli, Philippe Meirieu, Sylvain Grandserre, Xavier Niel, Eric Zemmour...dont certains n'ont peur de rien puisqu'ils n'hésitent pas à se présenter simultanément comme opposés à l'utilitarisme.

Cette défense du « système secondaire » contre le « système primaire » sous la troisième république peut sembler naturelle et allant de soi que parce que, comme personne n'en parle ou alors seulement de manière anecdotique ou dans des publications à faible diffusion, tout le monde ignore qu'elle n'était pas partagée par tous. En effet certains et non des moindres — en fait c'était tout un courant politique dont la méconnaissance actuelle n'entraine donc pas l'inexistence — y étaient opposés. Je ne citerai qu'un exemple de ce courant mais il est majeur puisqu'il s'agit de Charles-Ange Laisant qui alliait à ses qualités de mathématicien - président de la Société Mathématique de France puis secrétaire de L'enseignement mathématique, première revue internationale de mathématiques - des compétences pédagogiques reconnues puisqu'il fut et le collaborateur de Francisco Ferrer et le principal inspirateur de Célestin Freinet sur le plan mathématique, notamment par l'intermédiaire de Camescasse⁵⁰.

Voici donc *infra* ce que C.-A. Laisant disait au début du XXème siècle du primaire et du secondaire. On remarquera de plus qu'il ne manque pas de remarquer le rapport inverse qui existe entre la qualité de l'enseignement et le poids de « l'attrait des carrières libérales et du fonctionnarisme », position qui n'est ni la « défense du service public » ni « la défense du marché », ni la défense l'ascenseur social. Cette position de C.-A. Laisant* fait également partie des positions qui n'ont plus cours puisque les *défenseurs du service public* croient s'opposer – et réciproquement – aux *défenseurs du marché* alors qu'ils convergent tous vers la dégradation de l'instruction et la défense de l'ascenseur social, qu'il prenne l'aspect de « l'attrait pour les carrières libérales » ou de « l'attrait du fonctionnarisme » :

Notre enseignement primaire est passable ; l'enseignement primaire supérieur serait le moins mauvais de tous si beaucoup de familles ne restaient hypnotisées par l'attrait des carrières libérales et du fonctionnarisme. Quant à l'enseignement secondaire, pour ne pas m'étendre outre mesure, je me bornerai à citer un très court passage d'une étude de M. Ascoli ; on pourrait y voir la plus charmante des ironies, et peut-être ne se tromperait-on guère :

« Ce que l'on s'est proposé en augmentant l'importance des sciences dans l'enseignement secondaire, c'est de leur attribuer la large part qui doit leur revenir dans la formation des esprits. Jusqu'ici, ce rôle était dévolu aux lettres, tandis que les sciences étaient surtout des matières d'examen, dénuées de tout caractère éducateur. »

Traduisez : jusqu'ici, notre enseignement secondaire a eu pour mission d'abrutir la jeunesse, tandis que dans l'avenir, il en sera de même.

* *

Digression II - Charles-Ange Laisant : La mathématique est une science expérimentale

Je voudrais rappeler également une position théorique de C.-A. Laisant qui me semble tout à fait fondamentalement juste. On s'est beaucoup moqué à l'époque des maths modernes de l'expression « La mathématique » et il est vrai qu'il était particulièrement aussi ridicule que précieux et prétentieux de l'employer pour designer le « coloriage des ensembles » recommandé par ceux qui avait réduit l'enseignement au CP à de telles pratiques. Mais nous entrions dans l'époque « A crédit et en stéréo » dans laquelle plus le paquet est beau plus son contenu risque d'être déficient. Ceci dit l'expression « La mathématique » souligne le « caractère de système » des mathématiques et donc l'importance de la démonstration. C.-A. Laisant employait cette expression mais ce qui est intéressant et qui fait la richesse de son point de vue est qu'il n'oppose pas intuition et formalisation et qu'il ne réduit pas les mathématiques à un formalisme puisqu'il défend simultanément l'idée que les mathématiques sont une science expérimentale. Des preuves ? En voilà, toutes tirées du livre de Charles-Ange Laisant, La mathématique, Philosophie, Enseignement, Gauthier-Villars, 1907.

La Mathématique. — Je sais qu'aujourd'hui cette appellation n'est plus en grande faveur. Ce n'est pas cependant par un simple caprice personnel que je reprends la forme de langage employée par Condorcet. Je trouve qu'ici le mot réagit fortement sur l'idée; il me semble plus que jamais utile de rappliquer dans son énergique concision, parce qu'il explique mieux que tout autre la grande unité de la Science.

Aujourd'hui, avec les travaux accomplis au cours de ce siècle, en présence de l'immensité du nombre des découvertes, la plupart des mathématiciens sont contraints de se spécialiser et de consacrer leurs efforts, non pas seulement à une branche de la Science, mais à un simple chapitre, s'ils veulent arriver à produire des découvertes dignes d'être remarquées. C'est une nécessité dont il serait profondément injuste de les blâmer; mais cette conséquence, subie comme un mal inévitable, ne prouve rien contre l'unité fondamentale de la Mathématique. Nos divisions et sous-divisions, indispensables pour mettre un peu d'ordre dans la masse inépuisable des propositions, sont en résumé plus artificielles que naturelles. Même dans les plus simples éléments, lorsque nous avons tracé ainsi des limites bien nettes, nous ne tardons pas à nous apercevoir qu'il y a des régions frontières devant lesquelles notre esprit reste

⁴⁹ Michel Delord, Élitisme républicain et promotion par l'école. Faut-il réparer l'ascenseur social?, Octobre 2011 http://michel.delord.free.fr/elitism+_ascenseur.pdf

⁵⁰ Lettre de C.-A. Laisant à Camescasse, L'éducateur prolétarien, novembre 1932. http://www.icem-pedagogie-freinet.org/node/4794

embarrassé. Une classification n'est jamais bonne; comme il est impossible de nous en passer, faisons-la de notre mieux, mais ne perdons pas de vue les vérités premières.

Au fond, il n'y a pas des sciences mathématiques: l'Algèbre, la Géométrie, etc.. Toutes s'entraident, toutes s'appuient mutuellement et sur certains points se confondent. Il y a une vaste science, la Mathématique, que personne ne peut se flatter de connaître, parce que ses conquêtes sont infinies par nature; tout le monde en parle, surtout ceux qui l'ignorent le plus profondément. Mais, parmi les hommes qui la cultivent, même avec grande habileté, quelques-uns sont plus attentifs aux succès de détail qu'aux idées générales dont pourtant ces succès sont les conséquences. C'est dire que plus d'un mathématicien ne manquera pas de sourire en lisant ce mot tombé de ma plume, et qui lui paraîtra vieillot et suranné. Je m'y résigne d'avance, et je viens de dire la cause de cette résignation.

Op. cit., Introduction, pages 2 et 3.

Origine expérimentale. – Au risque de surprendre et peut-être d'indigner certains philosophes, je me permets d'énoncer tout d'abord cet axiome :

Toutes les sciences sont expérimentales.

C'est, en somme, la reproduction de la formule célèbre : " Rien ne pénètre dans notre esprit qu'après avoir d'abord passé sons le témoignage de nos sens ". La Mathématique, pas plus qu'aucune autre science, n'échappe à la loi commune. J'estime que, sans la présence du monde extérieur, aucune connaissance mathématique n'aurait jamais pu pénétrer dans le cerveau de l'homme ; et que, seul dans l'univers et réduit à l'état de pure intelligence, le plus incomparable génie n'arriverait jamais à la notion du nombre 2, ce génie fût-il celui d'un Archimède, d'un Gauss et d'un Lagrange. Ce qui distingue la Mathématique des autres sciences, c'est qu'elle emprunte à l'expérience, au monde extérieur, un minimum de notions. Et une fois cette base établie, par la seule puissance de la logique, elle effectue sur ces fondations un monument d'une incomparable splendeur, et dont le couronnement ne sera jamais atteint.

Op.cit., La mathématique pure, Philosophie, Chapitre I, La mathématique et ses subdivisions, pages 12 et 13.

PS: Notons simplement que la remarque « le couronnement n'en sera jamais atteint » est de qualité trente ans avant Gödel...

* *

Digression III - Michel Crozier : Quelques remarques de principe sur l'entreprise

Lorsque j'écris « Et si l'on pouvait se douter, au vu de son nom, que l'OECE-OCDE entretenait des objectifs économiques et traitaient les réformes éducatives pour qu'elles les satisfassent et non pas avec des objectifs purement disciplinaires », et même si nous sommes dans un stade de développement économique qui justifie les pires prémonitions des luddistes de Pièces et Main d'œuvrextiii, je ne veux pas du tout dit que le « contact avec l'industrie » a été nécessairement négatif en tout temps et en tout lieu. Une raison peu évoquée est qu'il ne faut pas confondre entreprise et industrie notamment parce que les banques sont des entreprises sans être des industries. Le prince des manager et du management de la bureaucratie – théoricien avec Jacques Delors notamment de la « Nouvelle société » de Jacques Chaban-Delmas – Michel Crozier, que beaucoup qui se croient progressistes devraient d'abord lire pour s'apercevoir qu'ils ne font que le ressasser inconsciemment, l'avait bien compris puisqu'il donnait dès 1979 comme titre « Jouer l'entreprise et non pas l'industrie » à un des chapitres de son livre « On ne change pas la société par décret », ouvrage explicitement approuvé par les deux candidats à la présidence de la république du 10 mai 1981. Pour encourager cette lecture, je ne peux que citer un extrait du chapitre suivant intitulé « La révolution des services » :

Reste naturellement le blocage fondamental de toute notre société, dû à l'Éducation nationale qui non seulement stérilise la culture française, mais constitue l'obstacle le plus difficile à la révolution des nouveaux services. Déjà, en réfléchissant à une stratégie possible pour ouvrir les élites et développer la connaissance, j'ai proposé d'ignorer le bloc de l'enseignement primaire et secondaire, que l'on ne réussira pas à ébranler tant que l'on ne disposera pas d'un mouvement intellectuel plus rayonnant. Je crois qu'on est obligé d'adopter la même stratégie d'attente en ce qui concerne les nouveaux services. L'éducation est certes une des pierres d'angle de la révolution du nouveau tertiaire; mais les écoles primaires risquent d'être les dernières touchées. Le monde de l'enseignement vit sur des idées reçues, extraordinairement conservatives, quant aux données sociologiques du rapport pédagogique, alors même qu'il prétend apporter une vision du monde sinon révolutionnaire, du moins progressiste. Comme si la classe, même de vingt-cinq élèves, était une unité fondamentale et intangible comme si l'acte d'enseignement devait à jamais se réduire à un colloque singulier entre les élèves et le maître; comme si une école ne pouvait être autre chose qu'une communauté bureaucratique; comme si l'apprentissage des rapports humains que l'enfant va faire dans cette première collectivité n'était pas plus important finalement qu'une bonne part du contenu qu'on lui fournit!

Jean Matouk publiait dés 1978 « La gauche peut sauver l'entreprise » mais il a donc fallu trente cinq ans pour que cette position assumée officieusement par le PS (et de manière moins connue au moins depuis le Front populaire) devienne une position officielle de celui-ci. Valls ne mérite pas les critiques qu'on lui fait car il est bien ainsi dans la « tradition socialiste » et n'a donc rien inventé.

B) ÉLARGISSEMENT DISCIPLINAIRE ET HISTORIQUE : ÇA NE TOUCHE PAS QUE LES MATHÉMATIQUES ET C'EST TRÈS VIEUX...

Ceci dit, qui n'est certes pas strictement inintéressant, tentons de sortir du cadre réduit aux appréciations sur la bonne volonté plus ou moins grande de personnes prises isolément, appréciations portant seulement sur les mathématiques et se limitant à une courte période historique, c'est-à-dire les quarante dernières années. En ce sens, le cas du texte *Calcul intuitif* est cependant remarquable au sens ou il révèle, dans les courants pédagogiques dominants (et aussi dans les autres courants, voir *Ferdinand Buisson pédagogiste* ?^{xliv}), une ignorance / dissimulation *absolues* du passé et pour tout ce qui touche à la méthode intuitive en calcul. Or on peut montrer même si ce n'est peut-être pas aussi radical, qu'il y a une attitude semblable sur la question dite des « méthodes de lecture ». Prenons l'exemple de Roland Goigoux. Tout le monde admettra qu'il s'agit bien d'un personnage tout autant de premier plan dans son propre domaine que Rémi Brissiaud l'est dans le sien. Or quelle est, sur la question des méthodes de lecture, le texte équivalent au texte *Calcul intuitif* ? C'est très clairement l'article *Écriture-Lecture* de James Guillaume, alter-ego de Ferdinand Buisson, dont la thèse centrale est la recommandation des « *méthodes analytiques synthétiques d'enseignement simultané de l'écriture et de la lecture* » avec comme exemple *La méthode Schüler* or que nous dit Roland Goigoux, comme je le remarquais en 2005 dans *M. Goigoux et les références scientifiques* ?^{xlvi} Dans une critique visant les méthodes en vigueur durant les trois quarts du siècle dernier (c'est-à-dire de 1900 à 1975), il écrit

"On peut comprendre ce choix comme le résultat d'une conception étapiste de l'enseignement de la lecture : les élèves devraient apprendre à identifier les mots écrits avant d'être mis face à des problèmes de compréhension de textes [...], maîtriser les mécanismes de base avant d'accéder à culture écrite, apprendre à lire avant d'apprendre à écrire."

Il s'agit donc d'un autre sujet central pour lequel un théoricien actuel essentiel contredit / méconnait les positions de Ferdinand Buisson sur un sujet qui était aussi central à son époque qu'il l'est maintenant, la controverse alors justement nommée question des <u>méthodes de lecture</u> mais qui ne mérite plus ce titre puisque n'existaient pas à cette époque des méthodes telles que la méthode idéovisuelle à la Foucambert ou les méthodes du *Look and Say* qui, structurellement, en ne reconnaissant pas la caractère alphabétique de l'écriture du français, ne permettent pas d'apprendre à lire et ne peuvent donc être, *par définition*, des « méthodes de lecture ».

On peut donc constater dans le mainstream pédagogique – et même au-delà comme on le verra – au moins une méconnaissance fondamentale des positions de Ferdinand Buisson⁵².

Arrivé là, on est bien obligé de constater que même si récemment il y a bien une volonté peu honnête de dissimulation de textes de Ferdinand Buisson dans le cas de Jean Houssaye, Renaud d'Enfert par exemple, cette explication moralisante est un peu courte et ne suffit pas à rendre compte de ces phénomènes de mésinterprétation / oubli. Or la compréhension de ce phénomène est particulièrement importante car sa non compréhension entraine obligatoirement une interprétation douteuse de thèses fondamentales sur l'école.

L'analyse que je propose est basée sur une double hypothèse facile à vérifier (à condition que les textes de référence soient disponibles, ce que le mainstream pédagogique n'a pas favorisé...)

⁵¹ Article *La méthode Schüler* du DP 1^{ère} édition (absent de la l'édition de 1911) dont le moins que l'on puisse en dire est qu'il ne recommande pas « *d'apprendre à lire avant d'apprendre à écrire*. »

La lecture et l'écriture se tiennent et se complètent, « comme les deux faces d'une médaille ». Toutefois, si, théoriquement, l'on suppose que l'une a précédé l'autre, c'est l'écriture qui a dû venir la première. « On ne peut évidemment pas lire ce qui n'a pas été écrit. Ce que les hommes ont dû inventer, c'est donc l'écriture, le signe visible de la parole : la lecture s'ensuivait nécessairement. »

Charles Defodon, La méthode Schüler, http://michel.delord.free.fr/dp-schuler.pdf

⁵² Je ne réponds pas ici à ceux qui pensent – sous une forme brutale : c'est un truc d'intello, ou sous une forme plus nuancée : théoriser savamment sur le rôle principal des praticiens au moment où la grande majorité des nouveaux enseignants ont subi un enseignement disciplinaire dégradé –, que ces erreurs d'analyse historique n'ont pas de conséquences.

- i) au moment des maths modernes <u>les contenus proposés en calcul</u>, mais aussi en grammaire et en lecture, ce qui ne sera pas étudié ici pour l'enseignement primaire et en particulier pour les débuts de celuici <u>sont « objectivement » en contradiction absolue avec les programmes inspirés de la méthode intuitive de 1882</u>, programmes qui en fait persistent dans leurs grandes lignes jusqu'en 1970 même si les responsables sont de plus en plus incapables d'expliquer les raisons de leur choix⁵³.
- ii) même s'il y a certes chez les réformateurs de 1970 une affirmation d'opposition entre leurs positions et « l'école de Jules Ferry », la véritable opposition signalée en i) entre « les programmes de 1970 et les programmes de 1882 » soit n'est pas perçue du tout soit n'est pas perçue à sa juste valeur par les promoteurs des réformes et encore plus par leurs suiveurs parce qu'eux-mêmes ne connaissent pas les positions historiques de Ferdinand Buisson.

Si cette double hypothèse est vraie, elle en entraine une autre : si l'on a déjà un oubli complet de certains thèmes de Ferdinand Buisson en 1970, cela veut dire que le processus d'oubli et de non référence à Buisson et à la méthode intuitive est beaucoup plus ancien. Qu'en sait-on ?

1) MÉTHODE INTUITIVE : « UN CONTINENT DISPARU »⁵⁴

Dans *Les malentendus de la méthode intuitive*⁵⁵, un historien comme Daniel Hameline en explique une origine possible, origine qui montre bien, quoi qu'il en soit de ce que l'on peut dire du reste de son analyse, l'ancienneté de cet oubli (les passages soulignés l'étant par moi):

1905 : APRÈS?

Au tournant du siècle (1905), paraît une petite brochure appelée à un grand retentissement dans le monde de l'éducation sous la forme de ce gros ouvrage que lui donneront ses éditions successives. Il s'agit de *Psychologie de l'enfant et pédagogie expérimentale* d'Edouard Claparède.

<u>Aucune allusion à la méthode intuitive n'y figure</u>. La 4° édition de 1916 cite très brièvement un article de Cousinet, datant de 1909 et paru dans l'Éducateur moderne: «Les idées et les choses dans l'enseignement». <u>Mais cette mise en rapport des idées avec les choses ne passe plus par la pratique d'une méthode qui serait dite «intuitive». Ce silence de Claparède n'est qu'une manifestation du silence général des tenants de l'Éducation nouvelle: Decroly, Ferrière, Montessori et leurs émules n'y font jamais <u>référence</u>, comme si leurs entreprises recommençaient tout à frais nouveaux.</u>

Daniel Denis et Pierre Kahn, L'école de la Troisième République en questions - Débat et controverses dans le Dictionnaire de pédagogie de Ferdinand Buisson, Ed. Peter Lang, pages 75 à 89.

Cet oubli en 1970 est donc bien réel car il est ancien et s'appuie sur « plusieurs strates d'oubli » d'autant plus que son succès a été garanti

- parce qu'il est le fait de deux courants qui vont devenir les courants dominants de la pédagogie du XX^{ème} siècle. Tout d'abord, le courant de la psychologie scientifique puisque Édouard Claparède^{xlvii} est bien le « père de Jean Piaget » notamment parce que c'est lui qui l'appelle à Genève et qu'il y a une filiation théorique directe entre les deux. Et ensuite par un autre courant, celui, tout aussi important et dominant tout au long du XX^{ème} siècle, le courant de l'*Éducation nouvelle*.
- parce que ces deux courants ont effectivement tendance à « recommencer tout à frais nouveaux », tendance idéologique d'autant plus envahissante au XXème siècle que cette sanctification de tout changement –

⁵³ En ce sens, mais simplement expliciter cette affirmation demanderait plus qu'une note de bas de page, les réformes de 1970 représentent non pas un progrès mais une régression en quelque sorte *théologique* par rapport à 1882.

⁵⁴ « L'enseignement intuitif, un continent disparu » est un article de Daniel Hameline datant de 1986* que ni Guy Morel ni moi-même n'avions lu lorsque Guy Morel, à la fin de la rédaction, a trouvé le titre notre ouvrage de présentation de textes de Ferdinand Buisson, titre qui est «Lire, Écrire Compter: la pédagogie oubliée ». On peut remarquer que notre titre traduit, certes avec quelques vingt ans de retard de notre part, la même idée d'oubli et de disparition que le texte de Daniel Hameline. Nous aurions certes dû connaître l'existence de cet article mais ce n'était pas le cas alors que nous cherchions justement des études allant dans ce sens. Si un texte de 1986, provenant de plus d'un auteur référencé, texte diagnostiquant l'existence d'un continent disparu, a disparu à son tour vingt ans après, cela ne valide-t-il pas la thèse initiale? La disparition du continent s'accompagne ainsi de la disparition de la bouée qui permettait de connaître son emplacement.

^{*} Article reproduit dans: Daniel Hameline, L'éducation dans le miroir du temps, LEP (Loisirs Et Pédagogie), Lausanne, 2002, pages 127-138.

⁵⁵ Daniel Denis et Pierre Kahn, *L'école de la Troisième République en questions - Débat et controverses dans le* Dictionnaire de pédagogie *de Ferdinand Buisson*, Ed. Peter Lang, 2006, pages 75 à 89.

présenté comme un progrès et au moins implicitement comme un progrès scientifique⁵⁶ –, reproduit au niveau de la production des idées la tendance naturelle du marché à rendre obsolescents tous les produits matériels pour créer de nouveaux débouchés.

Je me suis contenté ici d'une citation pour montrer que l'hypothèse d'une coupure / antagonisme entre les positions de Buisson et celle au moins d'une partie du courant pédagogique dominant en gros à partir des 20 premières années du XX^{ème} siècle avait un bon fond de vérité. Mais il y a bien d'autres arguments qui vont dans ce sens et notamment le fait que le nouveau courant s'appuie non seulement sur la «psychologie scientifique» mais aussi sur la sociologie naissante et en particulier sur les positions de Durkheim. J'ai déjà indiqué plusieurs fois qu'il défend la tendance à la réduction de l'enseignement à la formation professionnelle⁵⁷ mais j'avais limité ma critique à cet aspect. Mais son influence négative ne se limite pas à cet aspect de ses thèses qui encouragent de plus un conformisme social et politique qui explique assez bien le triomphe de la sociologie comme méthode de management et de mise au pas (thèses que, quelles que soient leurs faiblesses théoriques par ailleurs, est assez loin de James Guillaume et Buisson):

Mais si l'éducation romaine avait été empreinte d'un individualisme comparable au nôtre, la cité romaine n'aurait pu se maintenir; la civilisation latine n'aurait pu se constituer ni, par suite, notre civilisation moderne, qui en est, pour partie, descendue. Les sociétés chrétiennes du Moyen Age n'auraient pu vivre si elles avaient fait au libre examen la place que nous lui accordons aujourd'hui. Il y a donc là des nécessités inéluctables dont il est impossible de faire abstraction. À quoi peut servir d'imaginer une éducation qui serait mortelle pour la société qui la mettrait en pratique ?

Émile Durkheim, Éducation et sociologie, idem, p.6.

On peut donc à mon sens faire sans grand risque de se tromper l'hypothèse suivante : cette ancienneté attestée d'un mélange

- de l'oubli de « <u>certaines positions pédagogiques et didactiques de Ferdinand Buisson (et James</u> Guillaume) »⁵⁸ et
- de la défense des positions de la psychologie scientifique, de la sociologie et de l'*Education nouvelle* basées sur cet oubli

fait que lorsque les « réformateurs de 1970 » avancent sur des questions centrales des positions antagoniques à celles de Ferdinand Buisson, ils l'ignorent au moins en partie.

Mais ils ne vont pas jusqu'à une critique de Ferdinand Buisson car ils en gardent en général une image positive puisqu'il reste considéré comme le dit encore Rémi Brissiaud, comme « le pédagogue le plus influent lors de la création de l'école de la république », ce qui est globalement et majoritairement considéré comme positif.

Sauter l'encadré

⁵⁶ En n'oubliant pas, comme le dit Roger Godement, que l'on ne citera jamais assez : « La Science est politiquement neutre, même lorsque quelqu'un la laisse par mégarde tomber sur Hiroshima »

 $^{^{57} \ \}underline{http://smf4.emath.fr/en/VieSociete/Rencontres/France-Finlande-2005/DelordF.pdf}$

Comme l'enfant doit être préparé en vue de la fonction qu'il sera appelé à remplir, l'éducation, à partir d'un certain âge, ne peut plus rester la même pour tous les sujets auxquels elle s'applique. C'est pourquoi nous la voyons, dans tous les pays civilisés, qui tend de plus en plus à se diversifier et à se spécialiser; et cette spécialisation devient tous les jours plus précoce. Émile Durkheim, Éducation et sociologie,1922, p. 34. http://alainleger.free.fr/docs/Durkh3.pdf

⁵⁸ Si je souligne « pédagogiques et didactiques », c'est que les positions que je défends dans ce « débroussaillage partiel » sur l'oubli/dissimulation de thèses de Ferdinand Buisson ne portent que sur ce type de positions.

Warning! Warning! École de la république

Rémi Brissiaud considère donc Ferdinand Buisson comme « le pédagogue le plus influent lors de la création de l'école de la république ». Que signific cette affirmation? Si on prend cette affirmation à la lettre – en en y ajoutant troisième pour obtenir école de la troisième république, ce qui rend l'expression moins conceptuelle et plus descriptive –, elle est on ne peut plus exacte car Buisson a été effectivement le pédagogue le plus influent dans les années 1870/1880 qui sont bien celles des premières années de la IIIème république, république dont on peut toujours affirmer qu'elle est celle qui a eu la plus longue durée... Et ceci suffit à montrer que, quelle que soit la valeur que l'on donne aux positions de Buisson, elles doivent être traitées prioritairement et très attentivement lorsqu'on analyse l'évolution de l'école, ce que justement n'ont jamais fait et ne font pas plus maintenant ni l'APMEP, ni l'ARDM, ni Renaud d'Enfert...

Ceci dit, beaucoup verront dans cette déclaration tout autre chose que ce qui écrit *supra*. Il y verra une justification de la valeur des thèses de Buisson parce qu'il est le représentant de «l'école de la République».

Qu'est donc cette École de la République ? On peut remarquer tout d'abord que, même si l'on limite les caractéristiques de l'École de la république à ce qu'en définit Buisson, toutes ses positions — qu'elles soient pédagogiques, didactiques ou de toute autre nature - « ne sont pas oubliées de la même manière » puisque si certaines sont admises dans les courant dominants de la pédagogie d'autres ne le sont pas. Un exemple suffit à le prouver : si l'article Calcul intuitif est absent de toutes les bibliographies, si les thèses contenues dans l'article Calcul intuitif sont occultées dans le monde de éducation qui défend explicitement leurs contraires, et si les défendre aboutit directement à se faire traiter obligatoirement de réactionnaire voire à l'occasion de fasciste, on peut constater, à l'inverse, qu'un Vincent Peillon peut devenir ministre de l'éducation nationale en étant connu comme un défenseur de certaines thèses de Ferdinand Buisson — pas celles du Calcul intuitif — tournant autour de l'enseignement de la morale et de ce qu'il expose par exemple dans son livre « Une religion pour la République : La foi laïque de Ferdinand Buisson ». Il est assez clair que l'éducatif passe beaucoup mieux que l'instructif.

Si, après avoir regardé du coté de Buisson, c'est-à-dire ce qui peut être le meilleur de l'École de la IIIème république (mais qui n'est pas sans défauts et sans rapports avec les points énoncés *infra*, loin de là), on s'intéresse, sans être exhaustif, à quelques cotés « plus contestables » de ce que fut l'école de la IIIème république dont on peut noter qu'elle se fit la propagandiste* au moins

- de deux formes du nationalisme, le chauvinisme continental anti-boche et le colonialisme,
- de la laïcité qui n'est pas tout à fait ce que font semblant de croire tant les cléricaux que les anticléricaux, c'est-à-dire un combat entre ces deux tendances, car elle comporte une alliance quasiment sans faille entre le sabre laïque et le goupillon ecclésiastique dans les deux domaines cités précédemment, c'est-à-dire aussi bien dans les colonies** depuis 1870 que dans les métropoles lors de la première guerre mondiale, deux situations dans laquelle on a peu vu les uns accabler les autres.

Je passe sur d'autres thèmes de propagande et en particulier l'union nationale, qui n'est pas une question secondaire mais pas absolument utile pour le texte actuel. Ce qui est par contre important est de constater que — même si elle se nomme <u>Instruction publique</u> — **un rôle central de l'École de la IIIème république, est de remplir prioritairement un rôle éducatif qui consiste, comme tout pouvoir, à défendre les (ses) valeurs — ou présenter SES valeurs comme LES valeurs —comme celles citées plus haut, soit au travers de leçons de morale soit plus explicitement dans le cadre de l'enseignement de l'histoire, de la littérature, du chant,...** Mais si on peut donc « avoir quelques réserves » sur le caractère progressiste des valeurs en question, on ne peut que constater qu'il y avait simultanément IIIème république une tolérance / encouragement d'un rôle instructif indéniable même si un certain nombre de ses défenseurs ne l'envisageaient pas pour des objectifs que je partage. En bref, je ne me suis *jamais* présenté comme "Défenseur de l'école de la république" car je ne me suis *jamais* réclamé de l'École de la République "au sens historique". Ceci ne m'empêche en rien d'affirmer que l'école primaire française de la fin du XIXème était — malgré tous ses défauts — une des meilleurs du monde d'un point de vue instructif et qu'il importait d'en tirer le meilleur.

Les « défenseurs de l'école de la république » depuis la fin de la seconde guerre mondiale apparaitront de plus en plus pour ce qu'ils ont toujours été, les défenseurs des pires cotés de l'École de la République : depuis les années 70 ils ont été en majorité partisans d'une conception qui critiquait explicitement la mise en avant de l'instruction et au contraire privilégiait l'éducation. Cette conception a particulièrement bien réussi puisque l'on ne peut plus éviter maintenant de reconnaître – en la minimisant – une sérieuse baisse de niveau dans des domaines instructifs de base comme l'orthographe et le calcul. Et nous sommes ainsi rentrés dans un cycle infernal puisque le mainstream des défenseurs de la priorité de l'éducation sur l'instruction, dans la mesure où ils ne semblent pas en mesure de reconnaître quelques erreurs, sont donc poussés à mettre encore plus en avant la primauté de l'éducation en critiquant l'instruction, ce qui produira inévitablement une baisse du niveau instructif qui ...

Et la situation semble on ne peut plus favorable à cet avenir puisque les appels rendre l'école plus éducative, à mettre en avant son rôle prioritaire dans l'enseignement des valeurs,... ne manquent pas et seront encore plus nombreux dans les années à venir car plus on a donné de faux buts à l'école, plus on les accentue quand la situation politico sociale s'aggrave.

Bien que Klaus Hoechsmann disent les choses mille fois mieux que moi***, je voudrais rappeler une fois de plus que, contrairement aux illusions des Lumières, l'existence d'une bonne instruction primaire ne garantit strictement rien au point de vue politique. Mais en quoi cela permet-il d'en déduire que l'instruction est inutile ? Rappelons la problématique bien oubliée de W.E.B. du Bois dont il serait aventureux de prétendre que ce n'était pas un progressiste et qu'il n'était pas antiraciste, telle qu'elle est justement rapportée pat K. Hoechsmann :

William Edward Burghardt Du Bois (1868-1963) fut le premier noir américain ayant obtenu un doctorat à Harvard. Il a auparavant enseigné dans maintes institutions de tous les niveaux dans le sud des USA et fut cofondateur de la NAACP. En 1935, alors que le monde de l'éducation était fasciné par l'idée que l'école pût conduire la société vers un nouvel ordre social - ce que croient encore certains pédagogistes -, il s'adressa a un groupe d'instituteurs noirs en ces termes :

« L'école n'offre qu'un seul chemin, qui est du début jusqu'à la fin d'apprendre à lire, écrire et compter. Et si l'école faillit dans cette tâche, en essayant de faire des choses au-delà de cela, choses pour lesquelles elle n'est pas adaptée, elle ne perd pas seulement sa fonction propre mais aussi toutes les autres qu'elle essaie de remplir, car aucune école ne saurait organiser l'industrie, trancher les questions des revenus et des salaires, fonder des foyers, fournir des parents, établir la justice, ou construire un monde civilisé. »

Ce n'est peut-être pas tout à fait « l'École de la République", quelle que soit la version.

- * Autant au sens historique (action de propager : propager une religion, une doctrine, par exemple) qu'au double sens moderne de publicité et de propagande.
- ** Voir « Alliance du sabre athée et du goupillon des missions » in Michel Delord, Élitisme républicain et Église catholique: A bas la doctrine satanique de l'égalité, 2011. http://michel.delord.free.fr/elitism+_satanic.pdf
- *** http://micheldelord.info/klaus-2006.pdf

Dans ces conditions, ce qui est étonnant n'est pas que Rémi Brissiaud déforme les positions de Ferdinand Buisson sur l'apprentissage du calcul mais que, faisant partie du courant de la psychologie scientifique et citant en général avantageusement les positions de l'Éducation Nouvelle, courants dont une particularité est justement d'ignorer / contredire Ferdinand Buisson, il en parle même si c'est de manière pour le moins discutable. Il aide ainsi à lever un coin du voile, simplement en ne traitant pas *a priori* Buisson comme *un chien crevé* comme certains traitaient le défunt Hegel.

Mais continuer à le lever et utiliser ces connaissances pour l'objectif minimaliste qui consiste à donner simplement quelques axes fiables permettant de ne pas commettre trop d'erreurs dans la mise en place du début d'un plan d'études ne sera pas facile.

2) DEUX OBSTACLES

Plusieurs raisons militent en ce sens. J'en évoque infra seulement deux

- a Obstacles antipédagogistes : Ferdinand Buisson créateur / justificateur du pédagogisme ?
- b Méconnaissance du véritable contenu de la réforme des maths modernes

<u>a – Obstacles antipédagogistes : Ferdinand Buisson créateur / justificateur du pédagogisme ?</u>

Il est clair que les « pédagogistes », les didacticiens dissimulent / déforment une partie de ses thèses : l'exemple des quatre opérations en CP est éclatant. On pourrait penser que les « antipédagogistes » ne font pas la même chose puisqu'ils s'opposent aux précédents. Or il n'en est rien et nous avons sur ce sujet quasiment l'union nationale. En effet même si une partie du GRIP a essayé de remettre à l'ordre du jour un certain nombre de thèses de Ferdinand Buisson et de son courant pédagogique pour au minimum pouvoir les discuter, ça n'a pas été sans oppositions internes et ce notamment de la part de Marc le Bris et Bernard Appy et ce fut même dont ce fut une des raisons de leurs départs du GRIP. Et à l'extérieur du GRIP, Jean-Paul Brighelli nous asséna encore au détour d'une phrase en 2010 que l'on pouvait « trouver la justification du pédagogisme dans certains pans de Buisson » mais sans être capable d'apporter une quelconque preuve à cette affirmation.

Sur le sujet, on peut lire :

Michel Delord, *A propos du "pédagogisme" de Ferdinand Buisson*, février 2011 xlviii, qui reproduit les positions de Jean-Paul Brighelli et celles de Bernard Appy en 2006.

Une partie des positions de Marc le Bris se trouve dans Intervention de Marc Le Bris, instituteur, membre fondateur du GRIP, à l'assemblée générale du samedi 4 octobre $2008^{\rm xlix}$

Bernard Appy a ajouté en 2012 sa critique de la méthode intuitive dans Visite au musée - La pédagogie intuitive

b – Méconnaissance du véritable contenu de la réforme des maths modernes

L'image de « l'école de Jules Ferry » couramment admise actuellement est globalement et dans ses grands axes celle construite dans les années 60 par les « réformateurs de 70 ». Parmi ceux-ci figurent ceux qui seront les théoriciens des maths modernes ; ils jouent un rôle central dans la théorisation initiale de la réforme et la théorisation de son évolution, au travers de la généralisation à toutes les matières des concepts issus de la de la nouvelle didactique de mathématiques, censée au minimum résoudre la crise des maths modernes. Comprendre l'évolution de l'enseignement primaire qui nous intéresse ici suppose donc également une connaissance de « la problématique des maths modernes » pour saisir au travers de quels filtres est passée l'histoire de l'école. Or on vient de voir de manière un peu détaillée en quoi les théoriciens des maths modernes et leurs successeurs dissimulent une partie fondamentale de l'histoire de l'enseignement primaire du calcul et en particulier les thèses de l'article fondamental Calcul intuitif. Mais le problème est qu'ils ne se contentent pas de la dissimulation de l'histoire de ceux dont ils ne partagent pas les idées mais qu'ils dissimulent tout autant des positions cardinales de leur propre courant sur les mathématiques et en particulier sur le calcul, et notamment celles datant des années de rupture du début des années 70. En bref, peut-on dire que l'histoire actuelle de l'école est rendue au moins incompréhensible par le mainstream pédagogique puisqu'il déforme globalement et doublement l'histoire, la sienne et celle de ses opposants?

Donnons en un exemple déjà évoqué *supra* dans le chapitre « <u>La mutation fondamentale</u> » donc tiré du livre de l'APMEP qui est la référence sur la question, « *La mathématique à l'école élémentaire* ». C'est un exemple de poids car il énonce ce que les partisans des maths modernes considéraient eux-mêmes comme ce qu'il y avait de plus fondamental dans ce qu'ils avançaient :

L'abandon des « opérations sur les grandeurs » est bien la mutation fondamentale apportée par les programmes transitoires, c'est lui qui transforme profondément les démarches de la pensée dans l'enseignement élémentaire.

[APMEP72-MROB], page 11.

On sait donc ce que les réformateurs considéraient comme fondamental dans les changements qu'ils proposaient. J'ai montré plus haut ce que signifie cette recommandation telle qu'expliquée dans ce même texte ; elle signifie

- l'interdiction d'employer des écritures et des raisonnements, formes élémentaires d'analyse dimensionnelles, qui sont le principal soutien dans la compréhension des « problèmes d'arithmétiques »
- un enseignement des mathématiques séparé de celui de la physique
- l'interdiction d'enseigner et d'utiliser les normes d'écriture internationale qui permettent donc d'être compris partout, c'est-à-dire les règles édictées par le BIPM, *Bureau International des Poids et Mesure*, organisme qui, a depuis 1875 « pour mission d'assurer l'uniformité mondiale des mesures et leur traçabilité au Système International d'unités (SI) ».

On voit donc qu'il s'agit d'une question qui, même indépendamment de l'avis des réformateurs et encore plus si l'on en tient compte, permet de trancher entre deux positions fondamentalement divergentes sur la nature de la reforme des maths modernes en primaire

- α) si on ignore ce texte, on peut penser que la réforme des maths modernes, dans le domaine qui nous intéresse ici, se réduit à une question essentiellement formelle, *l'écriture des unités dans les opérations*⁵⁹, donc peu grave par essence. En conséquence, on peut ainsi considérer que cette réforme est globalement positive dans son principe puisque, par exemple, elle permet « de faire enfin des mathématiques en primaire alors qu'avant on ne faisait au mieux que du calcul », son seul défaut ayant été d'avoir engendré quelques excès.

Je tiens à faire précisément remarquer que l'argument souligné *supra*, qui date des maths modernes est toujours implicitement – et quasi explicitement – défendu par Renaud d'Enfert dans son texte « *Du calcul aux mathématiques ? L'introduction des «mathématique modernes» dans l'enseignement primaire français, 1960-1970* » ^{li}. En effet s'il présente le passage du calcul à la vraie mathématique sous forme de question dans le titre de l'article, il ne donne dans le cours de l'article aucun argument permettant de démonter une telle perspective ⁶⁰.

- β) si on le connait on est obligé tout au contraire de considérer, au moins sur le point étudié⁶¹ qui n'est pas secondaire, que la réforme des maths modernes est une véritable régression qui va de plus dans le sens de l'abrutissement général provoqué par la convergence des conséquences de la fonction de l'école pensée comme formation professionnelle et de l'hyperspécialisation existant dans la société, la mise au premier plan des mathématiques à cause de leur caractère supposé fondamental servant à masquer sous de beaux attraits un fort corporatisme. Sur ce sujet je me contenterai ici de reproduire une autre citation de Charles-Ange Laisant et le bref commentaire que j'en faisais en 2004 pour un exposé à Banff:

_

⁵⁹ Le texte de référence et à succès pour représenter cette position formelle se contentant d'inverser le formalisme des maths modernes mais en restant dans leur problématique - tout est dans le titre - est le fameux article de Rémi Duvert "Faut-il mettre des unités dans les calculs ?" (in Bulletin de l'APMEP N° 436, Paris, 2001, p. 603-609).

⁶⁰ Je ne veux pas m'étendre sur la critique des textes de Renaud d'Enfert mais il me faut cependant citer – sans critiques – l'extraordinaire chef d'œuvre de sophistique basé sur des semi-affirmations écrit par cet auteur :

[[]La mise au programme des quatre opérations en CP] est restée en vigueur jusqu'en 1970, date à laquelle un nouveau programme, de «mathématiques » cette fois, est publié dans le cadre de la réforme dite des « mathématiques modernes ». En proposant un apprentissage plus gradué des quatre opérations, le programme de 1970 rompt avec la logique de l'enseignement concentrique : au cours préparatoire, l'apprentissage arithmétique ne dépasse pas la comparaison et l'addition de deux nombres entiers.

 $[\]underline{\text{http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/en-debat/place-du-calcul-enseignement-primaire/renaud_denfert}$

⁶¹ mais ce serait encore plus vrai et plus grave si l'on s'intéressait à la géométrie.

Une question a été posée bien des fois, sur laquelle je ne veux pas m'appesantir, car j'y ai déjà répondu souvent dans des articles, dans des livres ou de vive voix; c'est celle-ci: Les sciences ont-elles plus d'importance pour l'homme que les lettres et, par conséquent, faut-il donner aux enfants une éducation scientifique de préférence à une éducation littéraire; ou bien, faut-il leur donner une éducation littéraire de préférence à une éducation scientifique.

Voici ce que j'ai répondu invariablement : autant vaudrait se demander s'il est plus nécessaire un homme de manger que de dormir ; s'il est plus utile de le priver de nourriture en lui permettant le sommeil, ou de le priver de sommeil en lui permettant de s'alimenter.

Je déclare que, dans un cas comme dans l'autre, les choses se passeraient en fin de compte exactement de la même manière ; et que le résultat serait, à bref délai, le passage de vie à trépas du bonhomme soumis à un tel régime.

Or nous sommes depuis longtemps en train de faire à peu près la même sottise pour les deux moitiés de la jeunesse française, pour la catégorie des littéraires et celle des scientifiques. En pratiquant une éducation littéraire opposée à l'éducation scientifique, en élevant de futurs avocats qui n'auront pas l'idée de la façon dont peut fonctionner une locomotive, à côté desquels on pourra voir des ingénieurs possédant peut-être de très fortes connaissances mathématiques, et ignorant toute leur vie qu'il a existé un homme qui s'appelait Rabelais et un autre nommé Paul-Louis Courier, on instituera deux castes de demi- hommes, mais l'on ne fera jamais, ni une humanité, ni une société, ni une patrie.

Il est même honteux et humiliant, dans un milieu qui se dit civilisé, de penser qu'une pareille question ait jamais pu être posée!

Charles-Ange Laisant, L'éducation fondée sur la Science, F. Alcan 1904, p. 71

Depuis la contre-réforme de 1970, il y a eu un progrès certain. La suppression de l'enseignement des nombres concrets a signifié de plus la séparation des mathématiques de "ses domaines d'application" : à côté de la production de littéraires sans connaissances scientifiques, l'école produit maintenant des étudiants en mathématiques qui ne connaissent pas la physique, des physiciens qui ne connaissent pas les mathématiques ...

Elle a donc passé du stade artisanal de la production de demi-hommes au stade industriel de la production de fractions d'hommes, de quarts d'hommes, de huitièmes d'homme qui forment ainsi l'élite diplômée de nos pays.

Michel Delord, 23 Novembre 2004

Le problème est donc de savoir si actuellement l'APMEP et les tenants du point de vue officiel sur l'histoire des maths modernes citent le texte en question et par exemple montrent le rôle central de l'interdiction des grandeurs et des opérations sur les grandeurs dans la réforme de 1970.

Voyons par exemple ce que l'on trouve à propos du sujet qui nous intéresse sur le site CultureMATH, site qui se présente lui-même ainsi

Qui sommes-nous?

CultureMATH est un des sites experts dédiés à l'enrichissement de la formation disciplinaire des enseignants du secondaire. Développés dans le cadre d'une convention passée en 2002 entre la Direction de l'Enseignement Scolaire (DESCO) et les Écoles Normales Supérieures, ces sites ont une vocation à la fois de culture générale et d'accompagnement des nouveaux programmes de l'enseignement secondaire.

CultureMATH est sous la responsabilité scientifique du Département de Mathématiques et Applications (DMA) de l'École Normale Supérieure de Paris.

On suppose que l'on a donc toutes les garanties de sérieux. Que nous dit ce site à la fois officiel et expert — deux raisons de se méfier? — sur la réforme des maths modernes? Dans le dossier « Cent ans de réformes en mathématiques » coordonné par Michèle Artigue et Hélène Gispert, on trouve un texte de Renaud d'Enfert qui correspond tout à fait à ce que je traite puisqu'il s'appelle « Du calcul aux mathématiques? L'introduction des «mathématique modernes» dans l'enseignement primaire français, 1960-1970 » La question est donc de savoir

- si Renaud d'Enfert donne comme référence bibliographique le livre de l'APMEP de 72 et en cite des passages
- s'il mentionne quelque part dans son article ce que les réformateurs considèrent comme l'objectif principal de la réforme qu'ils proposent c'est-à-dire la suppression de tout calcul sur les grandeurs

La réponse est simple :

i) Alors qu'il traite de la réforme des maths modernes en primaire, Renaud d'Enfert ne juge pas utile de donner comme référence bibliographique LE livre de l'APMEP qui traite explicitement de cette question; on peut noter également que cette référence n'est pas plus indiquée dans la page de présentation du dossier « Cent ans de réformes en mathématiques » qui comporte pourtant de nombreuse références dans sa partie « Bibliographie et liens ». Et je ne l'ai trouvé nulle part comme référence dans tous les textes que j'ai pu consulter sur le sujet. Il faut rajouter que le livre et la citation ne sont pas inconnus puisque je mentionne le livre et cite le texte de Marguerite Robert depuis 2002 et ceci dans des textes connus puisqu'ils font partie de de la bibliographie – donnée par moi – pour le débat organisé à la SMF sur l'enseignement primaire en octobre 2003⁶². On peut même dire que Michèle Artigue qui coordonne le dossier « Cent ans de réformes en mathématiques » dans lequel écrit Renaud d'Enfert a obligatoirement connu le texte de Marguerite Robert puisqu'elle était chargée de modérer le débat organisé par la SMF : elle était donc sensée avoir lu la bibliographie fournie par les débatteurs et dans cette bibliographie figurait un texte destiné directement à Michèle Artigue «Michel Artigue et l'âge du capitaine» qui mentionnait à une place non secondaire la citation de Marguerite Robert.

Il n'est donc pas absurde d'envisager que les textes de l'APMEP dont les contenus ne sont pas en accord avec l'histoire des maths modernes telle qu'elle est présentée maintenant par l'APMEP et de « nombreux organismes » sont volontairement dissimulés.

ii) dans son article « *Du calcul aux mathématiques* ? ... », Renaud d'Enfert non seulement ne mentionne pas le texte de Marguerite Robert mais il ne mentionne pas plus l'abandon du calcul sur les grandeurs comme objectif des réformateurs et encore moins comme objectif central de ceux-ci.

En bref donc, on peut dire que l'histoire actuelle de l'école est rendue au moins incompréhensible par le mainstream pédagogique puisqu'il déforme globalement et doublement l'histoire, la sienne et celle de ses opposants.

* * Consensus final?

Luc Cédelle écrivait en mars 2012 dans « Ciel! Il y en a qui n'aiment pas le consensus en éducation...»

[Le] goût [de Michel Delord] pour les analyses urticantes et décalées l'a amené à rédiger, à propos de cette lettre ouverte, un texte où, notamment, il condamne ce qui, en éducation, me semble le plus productif et le plus solide : le consensus. Pour lui, c'est exactement l'inverse. Tout en s'opposant « à la diabolisation des positions de l'ennemi dont la seule fonction est de préserver l'esprit de secte », il estime que s'il y a des positions communes, ce sont « probablement les pires ». liii

Ce que j'avance dans ce texte n'est pas très consensuel. En supposant que les analyses qui y figurent affirmations soient même seulement partiellement vraies, cela donnerait quelques arguments pour dire dans cette époque où le consensus est quasiment obligatoire, que ma valorisation des positions anti consensuelles peut présenter quelque intérêt.

Cabanac, le 17 février 2015 Michel Delord

Et dans mon texte, on trouve à la page 64 de la revue

Michèle Artigue et l'âge du capitaine**

À partir de l'article de Michèle Artigue « Mathématiques : les leçons d'une crise»***, je critique l'abandon du calcul sur les grandeurs en montrant son influence négative sur les capacités des élèves dans la résolution des problèmes (notamment abandon de l'enseignement des rudiments du calcul dimensionnel).

⁶² La *Gazette des mathématiciens*, organe de la SMF, publie dans son N°99 de janvier 200, l'article intitulé «MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE, Débat du 11 octobre 2003»* dont voici l'introduction :

À la suite de la demande de Michel Delord, membre du Conseil d'administration de la SMF et à l'origine, entre autres, d'une pétition sur les « nouveaux programmes de l'école primaire » (http://www.sauv.net/prim.php), la SMF a organisé le 11 octobre dernier, un débat sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Vous trouverez ci-après les textes des interventions de Viviane Durrand-Guerrier, Roland Charnay, Catherine Houdement, Jean-Pierre Demailly et Michel Delord.

 $^{* \}underline{http://smf4.emath.fr/en/Publications/Gazette/2004/99/smf_gazette_99_41-67.pdf}\\$

^{**} http://michel.delord.free.fr/captain1-0.pdf

^{***} Michèle Artigue, Mathématiques: les leçons d'une crise, Sciences et Vie Hors Série N° 180, Septembre 1992, pages 46 – 59.

III) Documents

A) BIBLIOGRAPHIES DONNÉES PAR RÉMI BRISSIAUD

Rémi Brissiaud Comment les enfants apprennent à calculer, Retz, 1989/1994

Bibliographie

Apmep, Mars, t. VI. grandeur-mesure, 1982.

Artique M. et Douady R. « La didactique des mathématiques en France », Reviue françates de pédagoge n° 76, 1986, p. 69-88.

Asberaft M., « Is it farfeithed that some of us remember our arithmetic facts? », Journal for Research in Mathématic Education, vol. 16, n° 2, 1985, p. 99-105.

Audigier M.-N. Colomb J., Gorifer S., Guillaume J.-C., Hamelin P., Levelut M., Richard J.-F. et Scholltotte S., Enquide sur Tenseignement des mathématiques à d'école édémentaire, vol. 1: Comportement des élèves, Paris, INRP, 1979.

Sanody A., « Mastery of basic number combinations: internalization of relationships or facts? », Journal for Research in Mathématiques, Paris, Le Seuil, 1977.

Beauverd B., Journal for Research in Mathématiques, Paris, Le Seuil, 1977.

Beauverd B., Avanti le calcul. Neuchtaliet, Delechaux et Nissell, 1964. », Bedenar N., Janvier B., « La numération », Grand N n° 33, 1984, p. 5-31.

Bideaud J., Etude du dévéroipement de notions logiques elémentaires. These de doctorat d'Etat, Université Paris V. R. Descartes, 1985.

Brid J., Situation diductique et logiciel d'enseignement, mémoire de DEA, université de Bordeaux I, 1985.

Brid J., Situation diductique et logiciel d'enseignement, mémoire de DEA, université de Bordeaux I, 1985.

Brid J., Situation diductique des mathématiques, vol. 7, n° 2, 1986, p. 33-115.

Bruner J., Comment les enfaints apprenent à parler, Paris, Retz, 1987.

Carpenter T. et Moser J., « The development of addition and substraction problem solving skills », in T. Romberg. T. Carpenter and J. Moser, Addition and substraction of a dévelopmental perspective, Hillsdale, New Jersey, Etrhaum, 1982. « The development of addition and substraction of a Research in Mathématics Education, vol. 15, 1984, p. 179-202.

Carpenter T., Moser J., « The development of addition and substraction over problems », Journal for Research in Mathématics Education, vol. 19, 1988, p. 345-357.

Chichignoud M.-P., Le gouce per de deve de des enfants dige présociaire. Thèse de

Douady R., Jeux de cadres et dialectiques ouill-objet dans l'enseignement des mathématiques. Une réalisation dans le cursus primaire, these de doctorat d'Etat, université Paris VII, 1984.

Droz R., Pacha de de l'accomptage et la procédure "4 » 1) - sières" dans l'exploration provent de l'accomptage et la procédure "4 » 1) - sières dans l'exploration de de l'accomptage et la procédure "4 » 1) - sières dans l'exploration intuitive de l'addition de robustiques socialies des prendres enseignements du nombre et de la numération. Université de Bordeaux (these), 1982.

Ermel, Apprentissages mathématiques CP, Paris, Haiter, 1977.

Escarabajal M-C. « Compréhension et résolution de problemes additifs », in Psychologie française. 29, 3/4, 1984, p. 247-252.

Fareng R. et Tareng M., Comment faire ? L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7 ans. Paris, Nathan, 1966.

Fayol M., « Nombre, numération et dénombrement », Revue française de pédagogie n° 70, 1985, p. 59-77. L'enfant. l'école et les apprentissages cognitifs, lexte d'une conférence donnée au comptagne, Strabeurg, IREM 1982. La dénomination des nombres par l'enfant. Strabourg, IREM, 1984. « L'automatisation des calculs élémentaires à l'école », Revue française de pédagogie n° 80, 1987, p. 17-24.

Fischer J.-P, Méjiac C., « Pour une réhabilitation du dénombrement. Le rôle du comptage dans les tout premiers apprentissages numériques », Revue (1987, 1987, p. 31-47.

Fischer J.-P, Méjiac C., « Pour une réhabilitation du dénombrement. Le rôle du comptage dans les tout premiers apprentissages numériques », Revue (1987, 1987, p. 31-47.

Fischer J.-P, Méjiac C., « Pour une réhabilitation du dénombrement. Le rôle du comptage dans les tout premiers apprentissages numériques », Revue (1987, 1987, p. 31-47.

Fischer J.-P, Méjiac C., « Pour une réhabilitation du dénombrement. Le rôle du comptage dans les tout premiers apprentissages numériques », l'automatisation des calculs élémentaires à l'école », automatique de l'école de l'école procédure de l'école de l'école procé

192 Au-delà de Piaget...

Perret J.F., Comprendre l'écriture des nombres. Berne, Peter Lang, 1985.
Richard J.F., «Memoire et résolution de problèmes », Revue française de pédagogie n° 60, 1982, p. 9-17. « Traitement de l'énoncé et résolution de problèmes », Bullein de psychologie, 3), n° 375, 1986, p. 341-344.
Riley M.-S., Greeno J.-G. et Heller J.-I., «Development of Children's Problem-solving ability in arithmetic, in H.-P. Ginsburg (ed.), The development of mathematical thinking, New York, Academic Press, 1983.
Sarzaanas R., L'enflant de plus de 5 ans a l'école maternelle, Paris, Armand Colin, 1974.
Schneuwly B. et Bronckart J.-P., Vygosky aujourd'hui. Neufchâtel, Delachaux et Niestlé.
1985.

Sarazanis R. J. Enjam v. Schneuwy B. et Bronckart J.-P. Vogoský aujoura nin.
 1985.
 Sceada W.-G., Fuson K. et Hall J., «The transition from counting-all to counting-on in addition », Journal for Research in Mathematics Education, vol. 14, nº 1, 1983, p. 47-57.
 Smith S.-B. «Les calculateurs prodiges », in La recherche, vol. 18, nº 185, 1987, p. 160-168.
 p. 160-168.
 p. 160-168.
 c. «The development of Addition and Substraction Abilities Prior to T.-P. Moser J. et Romberg T.-A. feds).

p. 160-168
arriesp P., Gelman R., «The development of Addition and Substraction Abilities Prior to Triesp P., Gelman R., «The development of Addition and Substraction Abilities Prior to Formal Schooling in Arithmetic », in Carpenter T.-P., Moser J. et Romberg T.-A. (eds), in Addition and Substraction: a cognitive perspective, Hillsdale, Lawrence Erlbaum

in Adution and Substruction? a cognitive perspective, funished, Lawrence Pristant, 1982.

Steffle L.-P., von Glasersfeld E., Richards J. et Cobb P., Children's counting type: Philosophy, theory and application. New York, Praeger Scientific, 1983.

Steffle L.-P., von Glasersfeld E., « Helping children to conceive of number », Recherches en dilabitatique des mathématiques, vol. 6, nº 2-2, 1985, p. 337-355.

Steinberg R., « Instruction on derived pacts strategies in addition and substraction », Journal for Research in Mathematics Education, 1985.

Vergnaud G., « Questions de représentation et de formulation dans la resolution de problèmes mathématiques », Annales de didactique et de sciences cognitives, vol. 1, 1988, p. 33-55.

Von Glasersfeld E., « An attentional model for the conceptual construction of units and number », Journal for Research in Mathematics Education, 12, 1981, p. 83-94.

Bibliographie

- Bandet, J. (1962). Les Débuts du calcul, Paris, Bourrelier. Baroody, A., Bajwa, N. & Eiland, M. (2009). Why Can't Johnny Remember the Basic Facts ?, *Developmental Disabilities* Research Reviews, 15, p. 69-79
- Brachet, F., Canac, H. & Delaunay, E. (1955). L'Enfant et le nombre, Didier, Paris.
- Brisslaud, R. (1989a). Comment les enfants apprennent à calculer – Au-delà de Piaget et de la théorie des ensembles, Paris, Retz.
 - (1989b). Compter à l'école maternelle. Oui, mais... Bulletin de l'Association des professeurs
 - mathématiques de l'enseignement public, 367, p. 31-52. (1990). Calculer et compter de la PS à la GS de maternelle,
 - Revue Grand N. 49, p. 37-48.

 (1991). Un outil pour construire le nombre : les collections-témoins de doigts, in J. Bideaud, C. Meljac & J.-P₉ Fischer (éd.), Les Chemins du nombre, p. 59-90, Lille, Presses universitaires.
 - (1995a). Le Comptage en tant que pratique verbale : un rôle ambivalent dans le progrès des enfants, Repères, 12, p. 120-143
 - (1995b). Enseignement et développement des représentations numériques chez l'enfant, thèse de
 - psychologie, université Paris-8. (2003) Comment les enfants apprennent à calculer Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres, Paris, Retz. (2007) Premiers pas vers les maths – Les chemins de la

 - (2012) Dyscalculique ou « mal débutés » : les réponses de la comparaison 1987-99-2007 (DEPP), Approche neurologique des apprentissages chez l'enfant (A.N.A.E.), 120-121, 503-510.
- Brissiaud, R. & Sander, E. (2010). Arithmetic Word Problem Solving: a Situation Strategy First framework, Developmental Science, 13 (1), p. 92-107.

- Brousseau, G. (1972). Processus de mathématisation, Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, p. 57-84
- Canac, H. (1955). L'Initiation au calcul entre 5 et 7 ans, in F. Brachet, H. Canac & E. Delaunay (ed.), L'Enfant et le nombre, p. 9-27, Paris, Didier.
- Chalon-Blanc, A. (2005). Inventer, compter et classer De Piaget aux débats actuels, Paris, Armand Colin.
- Davidson, K., Eng, K. & Barner, D. (2012). Does Learning to Count Involve a Semantic Induction ?, Cognition, 123-1, p. 162-173.
- Dehaene, S. (1997-2010). La Bosse des maths 15 ans après,
 Paris, Odile Jacob.
- Droz, R. & Paschoud, I. (1981). Le Comptage et la procédure "(+1)-itérée" dans l'exploration intuitive de l'addition, Revue suisse de psychologie, 40, p. 219-237.
- Ermel (1990). Apprentissages numériques, cycle des apprentissages, grande section de maternelle, Paris, Hatier.
- Fareng, R. & Fareng, M. (1966). Comment faire ? L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7 ans, Paris, Fernand
- Fayol, M. (2012). L'Acquisition du nombre, collection "Que saisje ?", Paris, PUF. Fischer, J.-P. (1991). Le Subitizing et la discontinuité après 3, în
- J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (éd.), Les Chemins du nombre, p. 235-258, Lille, Presses universitaires.
 - (1992). Les Apprentissages numériques, Nancy, Presses
 - (2005). Le Diagnostic de dyscalculie à partir de l'évaluation en CE2 : vers une approche scientifique ?,
 - Nouvelle Revue de l'AlS, 32, p. 85-98.

 (2009). Six questions ou propositions pour cerner la notion de dyscalculie développementale, Approche neurologique des apprentissages chez l'enfant (A.N.A.E.), 102, p. 117-133.

93

- 92
- (2010). Vers une levée du mystère des écritures en miroir (des chiffres) chez l'enfant, L'Année psychologique, 110, p. 227-251.
- Flesch, R. (1955). Why Johnny can't read And what you can do about it, New York, Harper & Row.
- Fuson, K. C. (1988). Children's Counting and Concepts of Number, New York, Springer.
- Fuson, K. C. & Kwon, Y. (1991). Systèmes de mots-nombres et autres outils culturels : effets sur les premiers calculs de l'enfant, in I. Bideaud, C. Meliac & L.-P. Fischer (éd.), Les Chemins du nombre, p. 351-374, Lille, Presses universitaires.
 - (1992). Korean Children's Single-digit Addition and Substraction: Numbers Structured by Ten, Journal for
- Research in Mathematics Education, 23 (2), p. 148-165. Geary, D. C. (2005). Les Troubles d'apprentissage en arithmétique : rôle de la mémoire de travail et des connaissances conceptuelles, in M.-P. Noël (éd.), La Dyscalculie, Marseille, Solal.
- Geary, D. C., Fan, L. & Bow-Thomas, C. C. (1992). Numerical Cognition: Loci of Ability Differences Comparing Children from China and the United States, Psychological Science, 3, p. 180-185.
- Gelman, R. (1983). Les Bébés et le calcul, La Recherche, 14 (149), p. 1382-1389.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). The Child's Understanding of Number, Cambridge, Harvard University Press.
- Hodent, C., Bryant, P. & Houdé, O. (2005). Language-specific Effects on Number Computation in Toddlers, Developmental Science, 8 (5), p. 420-423.
- Labat, H., Ecalle, J. & Magnan, A. (2010). Effet d'entraînements bi-modaux à la connaissance des lettres. Étude transversale chez des enfants de 3 et 5 ans, Psychologie française, 55(2), p. 113-127.
- Markman, E. M. (1989). Categorisation and Naming in Children, Cambridge, MA, MIT Press.
 - (1990), Constraints Children Place on Word Meanings, Cognitive Science, 14, p. 57-77

- MEN (1986). L'École maternelle, son rôle, ses missions, CNDP. MEN/DGESCO (2010). Aide à l'évaluation des acquis des élèves en fin d'école maternelle – Découvrir le monde Ressources pour faire la classe à l'école, document mis
- en ligne sur le site eduscol. Mialaret, G. (1955). Pédagogie des débuts du calcul, Paris,
- Fernand Nathan (avec la collaboration de l'Unesco). Palanque, R., Cambrouse, E. & Loubet, E. (1987). *Prépa-math* Maternelle/grande section - Dossier pédagogique, Paris,
- Piaget, J. & Szeminska, A. (1941). La Genèse du nombre chez l'enfant, Paris, Delachaux et Niestlé.
- Piazza, M., Fumarola, A., Chinello, A. & Melcher, D. (2011). Subitizing Reflects Visuo-spatial Object Individuation Capacity, Cognition, 121(1), p. 147-153.
- Rocher, T. (2008). Lire, écrire, compter : les performances des élèves de CM2 à vingt ans d'intervalle 1987-2007, *Note* 08.38 de la DEPP, décembre 2008. Sarnecka, B. W. & Carey, S. (2008). How Counting Represents
- Number: What Children Must Learn and When They Learn It, Cognition, 108(3), p. 662-674.
- Savard, C. (1940). Pages choisies de pédagogie contemporaine. Paris, Delagrave.
- Schaeffer, B., Eggleston, V. H. & Scott, J.-L. (1974). Number Development in Young Children, Cognitive Psychology, 6, p. 357-379
- Siegler, R. S. & Ramani, G. B. (2009). Playing Linear Number Board Games But Not Circular Ones Improves Lowincome Preschoolers' Numerical Understanding, Journal of Educational Psychology, 101, p. 545-560.
 Sinclair, A., Mello, D. & Siegrist, F. (1988). La Notation numérique
- chez l'enfant, in H. Sinclair (ed.), La Production de notations chez le jeune enfant Langage, nombres, rythmes et mélodies, Paris, PUF. Thevenot, C., Barrouillet, P. & Fayol, M. (2010). De l'émergence
- du savoir calculer à la résolution des problèmes arithmétiques verbaux, in M. Crahay & M. Dutrévis (éd.), Psychologie des apprentissages scolaires, Bruxelles, De

B) FERDINAND BUISSON, Article CALCUL INTUITIF, 63

CALCUL INTUITIF.- Sous ce nom, qu'il faut bien accepter à défaut de mieux, les Suisses et les Belges désignent un mode d'enseignement des premiers éléments du calcul qu'ils ont emprunté à l'Allemagne et qui est aujourd'hui très répandu non seulement dans tous les pays allemands, mais aussi en Russie, en Hollande, en Suède, aux Etats-Unis. On connaît aussi ce mode d'enseignement sous le nom de méthode Grube. C'est en 1812 que M. Grube⁶⁴ publia à Berlin la première édition de son *Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule nach den Grundsätzen einer heuristique Methode (Guide pour le calcul dans les classes élémentaires, d'après les principes d'une méthode heuristique.*) Cet « Essai d'instruction éducative », comme il l'appelait, après avoir provoqué d'assez vives discussions, obtint les suffrages d'une grande partie du corps enseignant ; le traité de Grube, retouché pour être mis en accord avec le nouveau système des poids et mesures, est arrivé en 1873 à sa 5^e édition ; et de nombreux livres scolaires en toutes langues ont reproduit, imité ou appliqué la méthode Grube.

Dégagée des considérations psychologiques qui l'ont inspirée, cette méthode consiste à faire faire aux enfants, d'eux-mêmes et par intuition, les opérations essentielles du calcul élémentaire ; elle a pour but de leur faire *connaître* les nombres : connaître un objet, ce n'est pas seulement savoir son nom, c'est l'avoir vu sous toutes ses formes, dans tous ses états, dans ses diverses relations avec les autres objets ; c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté. Traitant donc les nombres comme un objet quelconque qu'il s'agirait de rendre familier à l'intelligence de l'enfant, Grube s'élève contre l'antique usage d'apprendre successivement aux élèves d'abord l'addition, puis la soustraction, puis les deux autres règles. Il divise le cours élémentaire tout autrement :

```
I^{\grave{e}re} année : étude des nombres de 1 à 10 ; 2^e année : étude des nombres de 10 à 100 ; 3^e année : de 100 à 1000 et au-dessus ; 4^e année : fractions.
```

Ce n'est qu'après cette préparation que l'élève rentre dans la voie ordinaire et étudie l'arithmétique comme tout le monde, mais avec cet avantage sur ses condisciples qu'il a l'habitude de compter de tête, qu'il n'est pas esclave de ses chiffres et de son crayon, qu'il voit d'un coup d'œil le sens et la nature d'un problème, et qu'il opère enfin sur les nombres les plus considérables, comme on le fait dans la vie usuelle pour les nombres les plus restreints.

Pour arriver à ce résultat, voici la marche que suit Grube. On étudie d'abord le nombre *un*, puis le nombre *deux*, le nombre *trois* etc., chacun de la manière suivante ; prenons pour exemple le nombre *quatre* :

I. Calcul pur.

1° On donne à l'enfant l'idée de quatre, en lui montrant et en lui faisant trouver quatre objets. On lui fait manier quatre bâtonnets, qu'on figure ensuite au tableau noir : ||||| ; puis à côté de ces quatre unités (qu'on

⁶³ In Dictionnaire de pédagogie d'instruction primaire, Hachette, 1887. Tome 1 de la première partie, pages 316 et 317.

⁶⁴ MD : Voir les références données dans l'article <u>August Wilhelm Grube</u> sur <u>Wikipedia</u>,

pourra lui présenter sous mainte autre forme : \equiv ou \square ou \rtimes ou \rtimes ; etc.), on écrit et on lui fait écrire le chiffre qui le représente : 4.

2° Il faut maintenant lui faire comparer ou, selon l'expression de Grube, *mesurer* le nombre 4 avec ceux qu'il connaît déjà, avec 1 d'abord : on lui fait trouver de tête, énoncer et plus tard écrire ce que nous figurons ci-dessous (pour abréger) en chiffres et en signes :

```
1+1+1+1=4;

4 \times 1 = 4;

4 \cdot 1 = 3; 3 \cdot 1 = 2;

4 : 1 = 4.
```

C'est-à-dire les quatre règles appliquées aux rapports de 4 avec 1.

3° Même opération pour les rapports de 4 avec 2, puis avec 3.

```
4 = 2 + 2 et 4 = 3 + 1.

4 = 2 \times 2 et 4 = (3 \times 1) + 1;

4 = 2 \times 2 et 4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.

4 = 3 + 1.
```

On prend pour exemple les animaux à 2 et à quatre pattes, les voitures à 1, 2, 3 ou 4 roues, une maison à 2,3 ou 4 fenêtres, etc., et on fait trouver aux enfants que :

```
4 est 1 de plus que 3, 2 de plus que 2, 3 de plus que 1;
3 est 1 de moins que 4, 1 de plus que 2 etc.;
4 est le quadruple de 1, le double de 2;
2 est la moitié de 4, le double de 1;
1 est le quart de 4, le tiers de 3, la moitié de 2 etc.
```

4° L'idée acquise, il faut la graver dans la mémoire, et pour cela procéder à de nombreux exercices n'ayant pour but que la *rapidité* des opérations ; c'est le but des questions orales, tantôt collectives, tantôt individuelles :

```
Combien font 1 + 1 + 1 + 3 + 1 + 1 - 3, etc. ?
```

Il faut que les élèves arrivent à faire leur calcul de tête aussi vite et aussi longtemps que le maître énoncera les nombres. On y joindra les interrogations qui obligent à retourner de mille manières les notions déjà acquises : « De quel nombre peut-on retrancher le double de 1 et avoir encore 1 ? Lequel est plus grand, la moitié de 4 ou le double de 2 ? - Nommez deux nombres égaux qui ensemble font 4 ; deux nombres inégaux, *etc*.

II.- Calcul appliqué. *Problèmes*. C'est par là que le maître doit s'assurer qu'il a été compris ; il faut que l'enfant, sans hésiter, fasse avec une égale aisance *les quatre règles* sur le nombre qu'il étudie :

- « Un petit pain coûte un sou ; combien faudra-t-il payer pour que nous ayons tous un petit pain si nous sommes 4 ?
- « Nous sommes deux et nous n'avons qu'une pomme ; combien en avons-nous chacun ?
- « Quatre noix à partager entre 2 enfants ? entre 3 , etc.
- « Louis a 4 billes, il en perd 2, il en retrouve 1 ; combien en a-t-il ?
- « Que préférez-vous, le quart d'un pain de 4 livres ou la moitié d'un pain de 2 livres ? 2 francs ou 4 pièces d'un demi-franc ?
- « Une pièce d'un centime et une pièce de 2 centimes font-elles autant qu'une pièce de 4 centimes ? etc. »

A mesure que l'on atteint de plus hauts nombres, on arrive à des combinaisons plus nombreuses, plus variées, plus difficiles, mais le principe reste le même. D'abord purement oral, puis de plus en plus écrit, le calcul procède toujours par intuition ; il force les enfants à raisonner, il leur laisse beaucoup à trouver et presque à deviner en les obligeant à opérer, non en vertu d'une règle apprise, mais par l'effet du bon sens naturel.

Ce mode d'enseignement, qui évidemment ne peut dépasser les éléments, nous paraît, si on l'enferme dans ces limites, devoir rendre de véritables services. Il éveille ce qu'on a nommé le sens arithmétique, qui n'est autre chose qu'une des formes du jugement et de la réflexion. Il donne à ces premiers débuts une variété et une vivacité d'allures à laquelle il faut renoncer si l'on occupe les élèves pendant plusieurs semaines à ne faire qu'une seule des quatre règles, toujours la même. Nous approuvons fort la formule dans laquelle un auteur belge (M. Féron, *Tableau de calcul intuitif*) résume l'esprit de cet enseignement : L'enfant doit retenir à force d'avoir vu et non à force d'avoir récité.

On trouvera sous le titre d'*Essai de calcul intuitif*, dans le *Progrès* (13^e année, n° 1-13), un excellent petit cours pratique pour l'étude des dix premiers nombres par un autre instituteur belge, M. J.-N. André.

En Suisse, M. P. Ducotterd, professeur à Fribourg, sans s'astreindre à tous les détails de la méthode Grube, a publié un recueil en sept cahiers qui est conçu dans le même esprit (Problèmes de calcul et de calcul mental). Chez nous, M. Bovier-Lapierre s'est appliqué à populariser ces mêmes procédés. Il va même un peu plus loin que Grube en ce qu'il lui semble possible et convenable d'opérer dès le principe sur les fractions et sur les nombres décimaux. (Voir son *Arithmétique simplifiée*. Lib. Hachette). Nous lui avons donné ici même, en plusieurs articles, l'occasion d'exposer ses vues (II^e partie, *Calcul mental* et *Numération*).

Références / Notes de fin

i

 $\underline{http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/05/28052014Article635368595326271409.aspx}$

http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/Pages/2006/Brissiaud_Paradis.aspx

ii Voir par exemple, http://micheldelord.info/slecc.pdf

iii Michel Delord, Refondation?, 11 octobre 2012, http://blogs.mediapart.fr/blog/micheldelord/111012/refondation

iv http://www.refondation-ecole.info/signataires-fondateurs.html

http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/09/01092014Article635451530839033062.aspx

vi http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/01/30012015Article635581990193425523.aspx

http://education.blog.lemonde.fr/2012/03/15/ciel-il-y-en-a-qui-naiment-pas-le-consensus-en-education/

viii Rémi Brissiaud, *Maternelle : Des avancées et des contradictions sur le nombre sans le nouveau programme*, Le Café pédagogique, 8 juillet 2014. http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/07/08072014Article635403990610543801.aspx

 $[\]frac{ix}{http://education.blog.lemonde.fr/2014/03/21/enseignement-du-calcul-des-elements-pour-un-debat-1/}, ou en pdf imprimable: \\ \frac{http://micheldelord.info/BlogLC-debat-calcul.pdf}{http://micheldelord.info/BlogLC-debat-calcul.pdf}$

^x Cf. Rémi Brissiaud, CE2 : Il faut refonder la didactique du nombre, 28 mai 2014

xi Rémi Brissiaud, Il faut refonder l'apprentissage des nombres en maternelle : 1970 : les fondamentaux de la culture pédagogique de l'école sont préservés, 12/11/2012. http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/11/12112012Article634882967527254607.aspx

xii http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/05/28052014Article635368595326271409.aspx

xiiihttp://michel.delord.free.fr/dp.html

xiv http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?16,904018

xv APMEP72-JACQ], page 43.

xvi [APMEP72-MROB], page 11.

xvii [APMEP72-MROB], pages 12 à 15.

xviii Rémi Brissiaud, Calcul et résolution de problèmes arithmétiques : il n'y a pas de paradis pédagogique perdu, 30 mai 2006.

 $\underline{http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/Pages/2006/Brissiaud_Paradis.aspx}$

- xix http://pedagogie.ac-toulouse.fr/lotec/EspaceCahors2/spip/IMG/doc/BRISSIAUD_Operations_a_1_ecole.doc
- xx http://micheldelord.info/chatelet31.pdf
- xxi http://www.mathunion.org/icmi/home
- xxii Voir In memoriam Michel Bourrelier, par Raymonde Dalimier. http://www.crilj.org/archives/1012
- xxiii Rémi Brissiaud, Comment réfléchir ensemble sur les programmes de mathématiques à l'école ?(Réponse à Michel Delord), 12 juillet 2006.

http://micheldelord.info/bris-rep-del.pdf

- xxiv http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2013/10/14102013Article635173225180588330.aspx
- xxv Rémi Brissiaud, Calcul et résolution de problèmes arithmétiques : il n'y a pas de paradis pédagogique perdu, 30 mai 2006.

http://micheldelord.info/brissiaud-paradisperdu-30mai2006.pdf

- xxvi http://michel.delord.free.fr/buissonbook/calcul.pdf
- xxvii http://micheldelord.info/h_whitney.pdf
- xxviii https://www.maa.org/sites/default/files/pdf/upload library/22/Ford/HasslerWhitney.pdf
- xxix http://www.icmihistory.unito.it/portrait/whitney.php
- xxx Rémi Brissiaud, Enseignement du calcul : éléments pour un débat, Rémi Brissiaud à Rudolf Bkouche (Acte2. Scène 6), 26 février 2014.

http://education.blog.lemonde.fr/2014/03/22/enseignement-du-calcul-des-elements-pour-un-debat-26/

xxxi Remi Brissiaud, Il faut refonder l'apprentissage des nombres en maternelle, Le café pédagogique, 12 novembre 2012.

http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/11/12112012Article634882967527254607.aspx

- xxxii http://maths-sciences-lp.ac-amiens.fr/sites/maths-sciences-lp.ac-amiens.fr/IMG/zip/grandeurs mesures 1.zip
- xxxiii Remi Brissiaud, Il faut refonder l'apprentissage des nombres en maternelle, Le café pédagogique, 12 novembre 2012.

 $\underline{http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/11/12112012Article634882967527254607.aspx}$

- xxxiv http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_summary_fr.pdf
- xxxv http://micheldelord.info/bipm_brochure-si-2006.pdf ou, pour avoir les maj http://www.bipm.org/fr/publications/si-brochure/
- xxxvi http://micheldelord.info/summary_bipm_brochure-si-2006.pdf ou http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_summary_fr.pdf
- **xxvii http://forums-enseignants-du-primaire.com/topic/288593-unites-et-nombres/, en partie en pdf à http://michel.delord.free.fr/edp_bipm-uns.pdf
- xxxviii Rémi Brissiaud, CE2: Il faut refonder la didactique du nombre, 28 mai 2014.

http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/05/28052014Article635368595326271409.aspx

xxxix D'Enfert R, L'enseignement mathématique à l'école primaire de la Troisième République aux années 1960 : enjeux sociaux et culturels d'une scolarisation "de masse". In SMF (Ed) Gazette des Mathématiciens, 2006, n°108, p. 67-81.

 $\underline{http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/2006/108/smf_gazette_108_67-81.pdf}$

- $^{xl}\ \underline{http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/pages/contribs_brissiaud3.aspx}$
- xli http://micheldelord.info/re2-brissiaud.pdf
- xlii http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/en-debat/place-du-calcul-enseignement-primaire/renaud_denfert
- xliii http://www.piecesetmaindoeuvre.com/
- xliv http://michel.delord.free.fr/blogjpb-buisson-pedagogo.html
- xlv http://michel.delord.free.fr/dp-ecritlect.pdf
- xlvi http://michel.delord.free.fr/goigoux.pdf
- xlvii Daniel Hameline, Edouard Claparède, 1993. http://www.ibe.unesco.org/publications/ThinkersPdf/claparef.pdf
- xlviii http://michel.delord.free.fr/blogjpb-buisson-pedagogo.html
- xlix https://www.lri.fr/~benzaken/documents/MarcLebris.pdf
- ¹ http://bernardappy.blogspot.fr/2012/10/visite-au-musee-la-pedagogie-intuitive.html
- li http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/htm/dEnfert-2008-Prague/dEnfert08.htm
- lii http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/htm/dEnfert-2008-Prague/dEnfert08.htm
- http://education.blog.lemonde.fr/2012/03/15/ciel-il-y-en-a-qui-naiment-pas-le-consensus-en-education/